

Un enfoque probabilista de la fragilidad y daño sísmico esperado en edificios porticados de hormigón armado

Fragility and expected seismic damage in reinforced concrete framed buildings. A probabilistic approach

Luis Pujades¹, Yeudi Felipe Vargas-Alzate¹, José Ramón González-Drigo²

Resumen

Las curvas de fragilidad y de daño son herramientas básicas para el análisis del riesgo sísmico. Estas curvas son imprescindibles para estimar los niveles de daño esperado para diferentes escenarios, incluyendo aquellos terremotos con una determinada tasa anual de excedencia o, en su caso, los sismos de diseño. A pesar de las incertidumbres en las acciones sísmicas esperadas y en las propiedades geométricas y resistentes de los edificios, la mayoría de los enfoques propuestos en las últimas décadas son deterministas y los resultados se suelen interpretar como valores medios de muchos escenarios probables. En este artículo, se revisa primeramente un enfoque determinista basado en curvas y espectros de capacidad y se usa un modelo paramétrico para las curvas de capacidad y una forma novedosa de considerar el daño teniendo en cuenta la deformación y la disipación de energía. Posteriormente, se formula el problema desde una óptica probabilista. Un edificio porticado regular, de hormigón armado, con 4 niveles y 4 vanos se usa como caso de estudio ilustrativo, pero el método puede aplicarse a otros tipos y otras geometrías estructurales. El trabajo permite poner de relieve la mayor robustez, versatilidad, riqueza y relevancia de los resultados de un enfoque probabilista que, por otra parte, tiene una alta relación beneficio/coste debido a los espectaculares progresos que se siguen consiguiendo en las herramientas de computación, incluyendo equipos y programas.

Palabras clave: Análisis Pushover, modelo paramétrico de capacidad, curvas de fragilidad, curvas de daño, Método de Monte Carlo.

Abstract

Fragility and damage curves are basic tools for seismic risk analysis. These curves are essential to estimate the expected damage levels for different risk scenarios, just defined by earthquakes with a certain annual exceedance rate, or by design earthquakes. Despite the uncertainties in the expected

Citar: LG Pujades, YF Vargas-Alzate y JR González-Drigo (2019). Un enfoque probabilista de la fragilidad y daño sísmico esperado en edificios porticados de hormigón armado. Cuadernos de Ingeniería. Nueva serie. [Salta - Argentina], núm.11: 67-102.

¹Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona. España

²Departamento de Resistencia de los Materiales y Estructuras en la Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona. España

seismic actions, and in the geometric and resistant properties of the buildings, most of the approaches proposed in recent decades are deterministic, and the results are often interpreted as mean values of many likely scenarios. This article firstly reviews a deterministic approach based on capacity curves and capacity spectra, which uses a parametric model for capacity curves and a novel way of considering damage, which includes the contributions to damage of the deformation and the one due to the energy dissipation. Afterwards, the problem is formulated with a probabilistic approach. A symmetric reinforced concrete building with 4 stories and 4 spans is used as case study, but the method can be applied to other building typologies and to other structural geometries. This work highlights the greater robustness, versatility, richness and relevance of the probabilistic approach, which, besides, has an increasing benefit/cost ratio, due to the huge progress that computers and software have attained, and are keeping on achieving.

Key words: pushover analysis, parametric capacity model, fragility curves, damage curves, Monte Carlo method.

1. Introducción

A pesar de los esfuerzos llevados a cabo para disminuir las consecuencias desastrosas de los terremotos sobre la sociedad, lamentablemente, siguen ocurriendo catástrofes sísmicas que muestran la necesidad de seguir investigando en esta área, ya que la principal causa de pérdidas humanas y económicas es el daño y colapso de las estructuras civiles. Por esta razón sigue siendo importante mejorar el comportamiento ante acciones sísmicas de las estructuras que se van a construir y, al mismo tiempo, seguir desarrollando metodologías para evaluar la necesidad o conveniencia de reforzar los edificios existentes (Crowley et al., 2005; Bommer & Crowley, 2006; Borzi et al., 2008; Vamvatsikos & Fragiadakis, 2010; Vamvatsikos & Dolsek, 2011). Además, como han puesto de manifiesto numerosos estudios (ver por ejemplo Crowley et al., 2005, Dolsek, 2009 y Fragiadakis & Vamvatsikos, 2010), se considera que el enfoque probabilista es el más pertinente ya que permite establecer intervalos de fiabilidad-confianza que constituyen un recurso adecuado para la toma de decisiones de los gestores de la protección civil, quienes pueden usarlos para definir los niveles de protección sísmica sobre una base, por ejemplo, coste-beneficio, entre otros criterios.

Este artículo no se enfoca en la evaluación sísmica o diagnosis de edificios individuales ni en la condición de daño después de terremoto; ni tampoco en las acciones convenientes o necesarias para su rehabilitación o refuerzo; en esta línea existen interesantes metodologías, manuales y trabajos sumamente útiles para este tipo de problemas y evaluaciones, como por ejemplo y entre otros, ACI (2017), ASCE (2017), JBDPA (2005), Kabeyasawa (2005) y Nakano et al. (2004). Así, el contexto de este artículo se enmarca en el entorno de las metodologías para la predicción de escenarios de daño sísmico a nivel regional o urbano, como los desarrollados en Barcelona (Lantada, 2007; Irizarry et al., 2011; Lantada et al., 2009 y 2010). En este contexto no se focaliza en edificios específicos concretos sino más bien en tipologías constructivas y en las distribuciones estadísticas geolocalizadas en la zona de estudio de los edificios específicos.

Desde los años 90, cuando se intensificaron los estudios de riesgo sísmico, se han propuesto nuevas técnicas y métodos de evaluación del daño esperado en edificios y estructuras. Dentro de este ambiente, el proyecto Risk-UE (Mouroux et al., 2004) desarrolló dos métodos de evaluación

del daño y riesgo sísmicos para ciudades de Europa, incluyendo regiones de peligrosidad sísmica alta y también en otros entornos urbanos donde la peligrosidad es entre moderada y baja. Las ciudades test donde se chequearon los dos métodos fueron Barcelona en España, Bitola en Macedonia, Bucarest en Rumania, Catania en Italia, Niza en Francia, Sofía en Bulgaria y Tesalónica en Grecia. Las dos técnicas implementadas fueron llamadas de nivel 1 (LM1, Level Method 1) y de nivel 2 (LM2). El primero aprovecha los antecedentes del conocido método italiano (Benedetti y Petrini, 1984; Angeletti et al., 1988) en el cual las acciones sísmicas se caracterizan en términos de intensidades macrosísmicas, según la Escala Macrosísmica Europea EMS'98 (Grünthal, 1998), y la resistencia sísmica de los edificios mediante índices de vulnerabilidad. En el LM1 el daño esperado se define mediante funciones semi-empíricas que relacionan la vulnerabilidad, la intensidad macrosísmica y el daño esperado de acuerdo a los 5 grados o estados de daño no-nulo previstos en la EMS'98: 1. *Leve*, 2. *Moderado*, 3. *Severo*, 4. *Generalizado* y 5. *Destrucción*. El grado de daño 0 se reserva para el estado de daño nulo o no-daño. El LM2 se inspiró en el programa Hazus (FEMA, 2019) desarrollado en, y para Estados Unidos y se basa en espectros de capacidad, curvas de fragilidad y matrices de probabilidad de daño. Así, en el LM2 el edificio se caracteriza mediante la curva o el espectro de capacidad, que se obtiene a partir de un análisis *pushover* (Freeman et al. 1975, Freeman, 1998), mientras que la acción sísmica se define en términos de espectros de respuesta. En el LM2 los estados de daño 4, *Generalizado* y 5, *Destrucción* se agrupan en un solo estado 4, *Completo*. Esta agrupación considera que el coste de reparación, en el caso de daño generalizado, supera el 60% del coste de reposición (ATC, 1985), de forma que es más adecuado demoler y reconstruir que reparar. El daño en el LM2 se cuantifica mediante curvas de fragilidad. Estas curvas dependen de un parámetro relacionado con el nivel de deformación del edificio y, para un determinado desplazamiento y para un estado de daño específico, definen la probabilidad de que este estado de daño se iguale o supere. Las curvas de fragilidad se suelen modelar mediante funciones lognormal cumulativas, de forma que se definen mediante los dos parámetros de la función lognormal (μ y σ). μ suele definirse como el umbral del estado de daño y representa el desplazamiento para el que la probabilidad de excedencia es del 50%. En LM2, las curvas de fragilidad se obtienen con base en unos umbrales de los estados de daño predefinidos y a partir de la hipótesis de que el daño observado sigue una distribución binomial. De esta forma, el daño esperado para un escenario sísmico se obtiene entrando en las curvas de fragilidad con el desplazamiento espectral del punto de capacidad por demanda (*performance point*), Sd_{pp} , que se obtiene cruzando el espectro de capacidad del edificio con el espectro de respuesta, en formato *Sa-Sd*, del sismo considerado. Los métodos LM1 y LM2 se basan en los trabajos de Giovinazzi (2005) y de Lagomarsino y Giovinazzi (2006). Detalles sobre estos métodos, junto con aplicaciones específicas a la ciudad de Barcelona, pueden consultarse en Barbat et al. (2006, 2008), Lantada (2007), Lantada et al. (2009) Irizarry et al. (2011) y en Pujades et al. (2012). Detalles sobre el proyecto Risk-UE pueden hallarse en Mouroux et al. (2004). Sin embargo, todos estos métodos desarrollados en las últimas décadas usan un enfoque determinista, de forma que tanto el edificio como la acción sísmica se definen sin considerar las incertidumbres involucradas en el problema. Es bien conocido que existe una incertidumbre importante, tanto en las acciones sísmicas esperadas como en las propiedades de los edificios, incluyendo tanto las propiedades mecánicas de los materiales como las geométricas de la estructura.

2. Objetivos y contenido

Un primer objetivo de este artículo es exponer los elementos básicos del método LM2 para después aplicar un modelo paramétrico de capacidad, tal como fue propuesto por Pujades et al. (2015), que permite ajustar las curvas o espectros de capacidad mediante 5 parámetros. Un segundo objetivo consiste en describir y chequear nuevos umbrales de los estados de daño basados en los procesos de degradación implícitos en la incursión de las curvas/espectros de capacidad en el comportamiento no-lineal; es decir desde la rama inicial lineal hasta el punto de capacidad última o de colapso; las funciones que se analizan son la rigidez secante, la rigidez tangente y la energía. Específicamente, se describen, ensayan y comparan dos nuevas formas de determinar los umbrales de los estados de daño. Estos umbrales se comparan entre ellos y con los obtenidos a partir de la propuesta LM2 de Risk-UE. La comparación se efectúa mediante la curva del estado de daño medio en función del desplazamiento espectral. Esta comparación se usa para escoger un criterio que se considera el más adecuado por su robustez, versatilidad y compatibilidad con los otros criterios chequeados. El tercero y último, y también el más importante propósito de este trabajo, es mostrar la potencialidad del enfoque probabilista. Para ello se generan un millar de edificios, de forma aleatoria, pero compatible con funciones de densidad de probabilidad predefinidas para parámetros relacionados con la resistencia de los materiales y con la geometría del edificio.

Los aspectos aplicados se muestran mediante un caso de estudio. Se ha elegido un tipo estructural frecuente: el hormigón armado. Desde los años 60-70, los edificios de hormigón armado, con pórticos planos o con columnas y forjados reticulares, constituyen una tipología constructiva frecuente para edificios residenciales en ciudades españolas. Los edificios de hormigón armado con forjados reticulares suelen modelarse también mediante pórticos con vigas equivalentes. Es por este motivo que se focaliza el estudio de capacidad y daño esperado en esta tipología constructiva. Con todo, las técnicas y métodos descritos pueden aplicarse a otras tipologías constructivas más antiguas, como edificios de mampostería, o menos frecuentes como los edificios con estructura metálica, entre otros. Concretamente se consideran '*edificios de hormigón armado regulares con un número de entre 3 y 5 pisos*'. Las curvas de fragilidad y daño obtenidas, para el enfoque probabilista en este caso, tienen en cuenta las incertidumbres asociadas a las propiedades mecánicas de los materiales, a la geometría y al peso y a las cargas que actúan sobre la estructura, entre otras. Para abordar este enfoque probabilista, se postulan funciones de densidad de probabilidad; además, se usa el método de Monte Carlo como herramienta de muestreo-simulación ya que permite incluir, de forma relativamente sencilla, la interacción de las diferentes variables en relación al comportamiento no lineal del edificio. Se resume a continuación el contenido del artículo. Después de la introducción (sección 1) y de la descripción de los principales objetivos del estudio (sección 2), en la sección 3 se revisan los antecedentes y los principales elementos del método LM2, incluyendo el edificio, el análisis estático no lineal, también conocido como *pushover analysis* y la formulación del daño esperado. En este último se incluyen los estados de daño, las curvas de fragilidad y las curvas del estado de daño medio. De particular novedad e interés es el apartado 3.3, donde se efectúa una anatomía de las curvas de capacidad y se describe el modelo paramétrico propuesto por Pujades et al. (2015), que permite parametrizar las curvas y espectros de capacidad y formular una nueva curva de daño basada en la degradación de rigidez y en la disipación de energía. La sección 4 es análoga a la sección 3, pero ya se abordan todos los elementos desde una perspectiva probabilista, realizándose también análisis estadísticos de los

diferentes parámetros y curvas involucradas en el estudio. Finalmente, en la sección 5 se hace un pequeño resumen y se presentan las principales conclusiones del estudio.

3. Antecedentes: el enfoque determinista

Esta sección se dedica a la revisión metodológica de la construcción de los espectros de capacidad, curvas de fragilidad y curvas de estado de daño medio, con base en diferentes funciones de degradación del edificio. Todo ello bajo una perspectiva determinista, ya que lo que se persigue aquí es ilustrar los aspectos metodológicos, algunos de ellos bien conocidos, pero que se incluyen, junto con otros más novedosos, por completitud. Así, después de definir como paso previo el edificio prototipo de la tipología estudiada, un segundo apartado se dedica al análisis estático no lineal, también conocido como análisis *pushover*. El tercer apartado se dedica a un análisis detallado de las curvas de capacidad, separando sus partes lineal y no lineal, lo que permite focalizar en distintas funciones relacionadas con la degradación estructural. El último apartado de esta sección se dedica al daño, incluyendo el enfoque LM2 y dos enfoques propuestos posteriormente; se incluyen en este cuarto apartado los conceptos y técnicas relacionados con las curvas de fragilidad, matrices de probabilidad y curvas o funciones del estado de daño medio.

3.1 Edificio

La tipología escogida es la de edificios porticados regulares de hormigón armado. Esta tipología es frecuente en ciudades europeas y españolas y constituye más del 20% de los más de 73.000 edificios residenciales de Barcelona (España). Además, más del 90% de edificios que se construyen en Barcelona después de los años 90 son de esta tipología (Lantada, 2007). Los edificios de hormigón armado fueron estudiados con detalle en los estudios de riesgo sísmico de la ciudad de Barcelona (Barbat et al. 2006, 2008) y, en estudios posteriores (Vargas Alzate, 2013, Vargas-Alzate et al. 2013 a, b y 2015). Por estos motivos esta tipología ha sido elegida para este estudio, si bien los aspectos metodológicos aquí presentados son aplicables a otros tipos de edificios.

El edificio prototipo es una estructura regular de 4 niveles y 4 vanos. Debido a su regularidad y simetría, el edificio se ha representado mediante un modelo bidimensional; es decir mediante un solo pórtico. La Figura 3.1 esquematiza el pórtico e indica sus dimensiones; la Tabla 3.1 muestra las características y dimensiones de columnas y vigas. ρ es la cuantía de armadura de las secciones transversales de los elementos estructurales, es decir, $\rho = A_s/(bh)$ siendo A_s la superficie de acero de la sección.

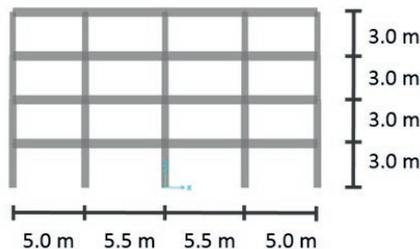


Figura 3.1: Esquema de pórtico del edificio prototipo de hormigón armado.

Tabla 3.1: Características geométricas de columnas y vigas del pórtico de la Figura 3.1. b , h y ρ son la base, la altura y la cuantía de armadura, respectivamente.

Nivel	Columnas			Vigas		
	b (m)	h (m)	ρ	b (m)	h (m)	ρ
1	0.50	0.50	0.03	0.4	0.5	0.0066
2	0.50	0.50	0.02	0.4	0.5	0.0066
3	0.45	0.45	0.015	0.4	0.5	0.0066
4	0.40	0.40	0.015	0.4	0.5	0.0066

El material de vigas y columnas sigue una regla de comportamiento bilineal, considerando un endurecimiento del 5%. Las superficies de fluencia se definen por medio del diagrama de interacción de flexo-compresión para las columnas y de momento-curvatura para las vigas. Las cargas aplicadas y el diseño de los elementos estructurales siguen las recomendaciones dadas por el Eurocódigo 2 (CEN, 2004a) para estructuras de hormigón armado y del Eurocódigo 8 (CEN, 2004b) para las cargas sísmicas. Para los valores característicos de las propiedades mecánicas del hormigón y del acero se han tomado valores comúnmente utilizados en el diseño de edificios de hormigón armado. Las normas de diseño prescriben el uso de valores característicos para la resistencia de los materiales, entendiendo como valor característico el valor medio menos 1.65 veces la desviación estándar, es decir, el percentil 5 de la distribución gaussiana; estos valores suelen obtenerse a partir de ensayos de compresión y tracción en muestras de hormigón y acero, respectivamente, durante el proceso de control de calidad. Obsérvese que, también a partir de los resultados de estos ensayos, la resistencia a compresión del hormigón, f_c , y el módulo de elasticidad del acero, E_s , se pueden modelar como variables aleatorias, lo que resulta de gran utilidad para plantear el enfoque probabilista de forma adecuada y consistente (véase Vargas-Alzate et al., 2013a, b y 2015).

3.2 Análisis estático (*Pushover*)

El primer paso para aplicar métodos basados en el espectro de capacidad es su obtención. Para ello suele usarse el análisis estático no lineal de carga incremental, comúnmente conocido como análisis *pushover* (PA, de *Pushover Analysis*). Esta herramienta numérica permite simular la aplicación de una carga horizontal a la estructura, de acuerdo con un patrón de fuerzas determinado, e ir incrementando su valor hasta que, de acuerdo con algún criterio prefijado, se considera que la estructura colapsa. En este análisis se suelen considerar dos variables de control: el desplazamiento en el techo de la estructura, δ ; y el cortante en la base, F .

3.2.1 Curva de capacidad

La relación entre δ y F se conoce como *curva de capacidad*. El punto de capacidad última, (δ_u, F_u) , tiene una importancia especial en la estimación del daño esperado, por lo que el/los criterio/s para su determinación es crucial. Es importante destacar que comúnmente se suspende el análisis *pushover* cuando la estructura alcanza cierto límite de desplazamiento o de máxima deriva de piso. Otra manera de definir el límite de la carga última es a partir de la degradación de la resistencia lateral de la estructura, para lo que es necesario utilizar modelos constitutivos más sofisticados que el elasto-plástico. Para resolver estos problemas, Satyarno (1999) propuso

el análisis estático no lineal incremental adaptativo. En este procedimiento, la respuesta de la estructura resulta prácticamente independiente del patrón de cargas aplicado, ya que este patrón predefinido sólo se usa en el primer paso del proceso iterativo. En los pasos subsiguientes, es decir, en cada paso o grupo de pasos, se estima la frecuencia fundamental correspondiente a la rigidez tangente de la estructura. Durante el análisis, no se considera el amortiguamiento y sólo se usa la masa para calcular los incrementos de carga lateral. La curva de capacidad del edificio de la Figura 3.1, se muestra, más abajo, en la Figura 3.2. En esta figura, el eje vertical de la derecha corresponde a la fuerza (F en kN) y el eje horizontal de arriba al desplazamiento en el techo (δ en cm). Esta curva se ha obtenido usando el procedimiento adaptativo de Satyarno (1999) implementado en el programa Ruaumoko 2D (Carr, 2000).

3.2.2 Espectro de capacidad

La curva de capacidad en el formato aceleración espectral-desplazamiento espectral (Sa - Sd) se denomina espectro de capacidad. El procedimiento para transformar la curva de capacidad en el espectro de capacidad utiliza fundamentos de la dinámica de estructuras y, aunque es bien conocido, se resume a continuación, por completitud. Concretamente se resume el procedimiento descrito en el ATC (1996) (véase también FEMA 1997, 2000 y 2005). Los edificios se modelan mediante un patrón dinámico de masas concentradas (modelo de cortante). Las ecuaciones para la transformación de la curva de capacidad al espectro de capacidad son:

$$Sd_j = \frac{\delta_j}{PF_1}; \quad Sa_j = \frac{F_j}{W\alpha_1} \quad (1)$$

El subíndice j hace referencia a los incrementos de carga aplicados. W es el peso total de la estructura. El número total de modos de vibración es igual al número de masas y el factor de participación de cada modo m , PF_m , en la respuesta dinámica global, se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$PF_m = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i \phi_{im}}{g}}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i \phi_{im}^2}{g}} \quad (2)$$

donde ϕ_{im} es la componente del modo de vibración m y w_i es el peso del nivel de la estructura. El coeficiente de masa efectiva, es decir, el porcentaje de la masa total que se desplaza en cada modo de vibración se calcula a partir de la siguiente ecuación.

$$\alpha_m = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i \phi_{im}}{g} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{g} \right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i \phi_{im}^2}{g} \right)} \quad (3)$$

El concepto de masa efectiva permite representar cada modo de un modelo dinámico con múltiples grados de libertad mediante un sistema equivalente de un solo grado de libertad, con una masa y una rigidez normalizadas M^* y K^* , respectivamente. Para la estructura de la Figura 3.1, $PF_I=1.2$ y $\alpha_I=0.94$. De esta forma, mediante la ecuación (1), cada punto de la curva de capacidad se transforma en un punto del espectro de capacidad. De hecho, como el paso de la curva al espectro de capacidad es un sencillo cambio de escala en abscisas y en ordenadas, en la misma Figura 3.2 se ha representado el espectro de capacidad (ejes de la derecha, Sa , en unidades de g , y eje inferior, Sd , en cm).

3.2.3 Forma bilineal

La curva o el espectro de capacidad pueden ser representados en un formato bilineal. Las condiciones que debe cumplir la forma bilineal del espectro o curva de capacidad son: 1) el área bajo la curva bilineal debe ser igual al área, S , bajo la curva original; 2) las coordenadas del punto de capacidad última (Sd_u, Sa_u) son las mismas para las dos curvas; 3) como pendiente, m , del tramo inicial de la forma bilineal, se toma un valor predefinido. Cuando la curva tiene un tramo inicial lineal claro, se suele tomar la pendiente de este tramo como la de la primera rama de la forma bilineal; en otros casos, como por ejemplo en edificios de mampostería no reforzada, donde el tramo lineal inicial puede ser muy corto o inexistente y puede presentarse un endurecimiento en los primeros tramos de la curva *pushover*, se suele tomar una pendiente promedio con base en un criterio experto. Es sencillo demostrar que, bajo estas condiciones, el punto de cedencia, (Sd_y, Sa_y), que junto con (Sd_u, Sa_u), definen de forma completa el espectro bilineal, se obtiene explícitamente mediante la siguiente ecuación:

$$Sd_y = \frac{2S - Sd_u Sa_u}{m Sd_u - Sa_u}; \quad Sa_y = m Sd_y \quad (4)$$

(Sd_y, Sa_y), suele llamarse también *punto de cedencia* y (Sd_u, Sa_u) *punto de capacidad última* y, respectivamente, corresponden al punto de inicio de la plastificación y al punto de colapso de la estructura idealizada por el espectro bilineal. El espectro de capacidad y su forma bilineal correspondientes al edificio de la Figura 3.1 se muestran también en la Figura 3.2. Las coordenadas del punto de cedencia (Sd_y, Sa_y) son (2.36 cm , 0.26 g).

3.3 Anatomía de la curva/espectro de capacidad

Pujades et al. (2015) observan que las curvas de capacidad están compuestas de una parte lineal y una parte no lineal. La parte lineal está definida por una recta que pasa por el origen y cuya pendiente viene definida por la rigidez inicial de la curva de capacidad o, de forma equivalente, por el periodo del modo fundamental de vibración de la estructura. La parte no lineal resulta de restar la curva de capacidad de la parte lineal, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$CNL(\delta) = CL(\delta) - C(\delta) = m \delta - C(\delta) \quad (5)$$

m es la pendiente de la curva de capacidad en el origen, $CL(\delta)$ es la parte lineal, que es una recta de pendiente m , $C(\delta)$ es la curva de capacidad y δ es la variable independiente de la curva de capacidad, es decir, el desplazamiento en el techo, en la curva de capacidad, o el desplazamiento espectral, Sd , en el caso del espectro de capacidad. La curva de capacidad no lineal normalizada

$CNL_N(\delta_N)$ resulta de una doble normalización en abscisas y ordenadas. Esta doble normalización hace que la curva de capacidad no lineal normalizada sea la misma para la curva y para el espectro de capacidad.

Pujades et al. (2015) muestran cómo la derivada de la parte no lineal normalizada de la curva/espectro de capacidad puede representarse mediante una función lognormal cumulativa. De esta forma, la parte no lineal normalizada de la curva/espectro de capacidad se puede caracterizar mediante dos parámetros. Los procesos de separación entre la parte lineal y no lineal y de la doble normalización de la parte no lineal, permiten modelar toda la curva/espectro de capacidad mediante 5 parámetros. A continuación, este modelo paramétrico se aplica a la curva/espectro de capacidad de la Figura 3.2.

3.3.1 Modelo paramétrico

La curva o espectro de capacidad se considera constituida por una parte lineal y una parte no lineal. La parte lineal se define mediante una recta que pasa por el origen y tiene la misma pendiente que el primer tramo de la forma bilineal; la parte no lineal se obtiene mediante la diferencia entre la parte lineal y la curva de capacidad. De esta manera, la parte no lineal, normalizada en abscisas y ordenadas, puede ser modelada por la integral cumulativa de una función lognormal cumulativa. Alternativamente, puede usarse una función Beta, de parámetros λ y ν . Los detalles de la deducción y ajuste del modelo pueden consultarse en Pujades et al. (2015). Así, la curva/espectro de capacidad puede definirse de forma completa mediante 5 parámetros independientes: μ , σ , m , Sd_u y Sa_u . μ y σ son los parámetros de la función lognormal, m es la pendiente inicial del espectro de capacidad; Sd_u y Sa_u son la abscisa y ordenada del punto de capacidad última. Para el espectro de capacidad de la Figura 3.2, los valores de estos parámetros se dan en la Tabla 3.2. En la misma Figura 3.2 se muestra la curva ajustada y, debajo, la función de error que nos indica la bondad del ajuste.

Tabla 3.2: Parámetros del modelo paramétrico de Pujades et al. (2015) para el espectro de capacidad de la Figura 3.2.

μ (cm)	σ	m (g/cm)	Sd_u (cm)	Sa_u (g)
0.35	0.34	0.11	6.69	0.33

Obsérvese cómo los errores son muy pequeños, siempre inferiores al 3%, en todo el dominio de definición del espectro de respuesta. De esta forma, si se usa directamente el modelo paramétrico, se obtienen resultados prácticamente idénticos que al usar el espectro resultante del análisis *pushover*.

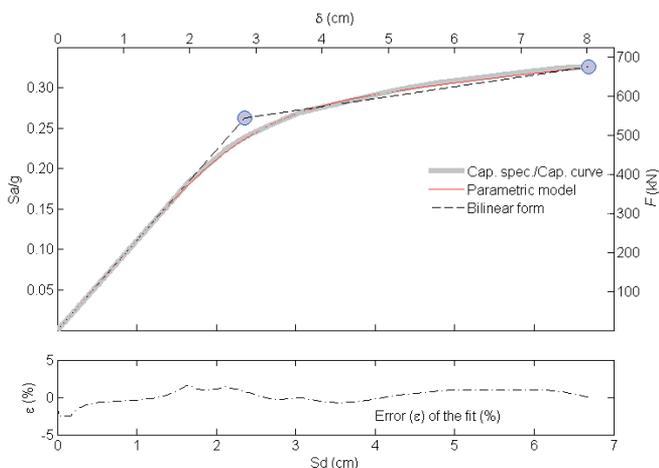


Figura 3.2: Curva y espectro de capacidad de la estructura de la Figura 3.1.

A partir de la parte no lineal de la curva de capacidad, normalizada, se pueden definir diferentes curvas que pueden ser consideradas como indicadores de daño relacionados con: i) degradación de la rigidez tangente, ii) degradación de la rigidez secante y iii) disipación de la energía. Estas funciones se definen a continuación. En las ecuaciones siguientes, δ_N es el desplazamiento normalizado por δ_u , en el caso de curvas de capacidad, y por Sd_u , en el caso de espectros.

3.3.2 Rigidez Tangente (KT_N)

La función de Rigidez Tangente normalizada (RT_N) se define como la derivada normalizada de la curva de capacidad no lineal normalizada (CNL_N). Es decir:

$$KT_N(\delta_N) = \frac{1}{A} \frac{d}{d(\delta_N)} CNL_N(\delta_N); \quad \text{siendo } A = \text{máx} \left(\frac{d}{d(\delta_N)} CNL_N(\delta_N) \right) \quad (6)$$

Normalmente, el máximo que define la constante A se obtiene en el punto de capacidad última, es decir para $\delta_N = 1$.

3.3.3 Rigidez Secante (KS_N)

La función de rigidez Secante normalizada (KS_N) se define como el cociente, normalizado, entre la curva de capacidad no lineal normalizada (CNL_N) y el desplazamiento normalizado (δ_N). Es decir:

$$KS_N(\delta_N) = \frac{1}{B} \frac{CNL_N(\delta_N)}{\delta_N}; \quad \text{siendo } B = \text{máx} \left(\frac{CNL_N(\delta_N)}{\delta_N} \right) \quad (7)$$

Como en el caso anterior, el máximo que define la constante B se obtiene en el punto de capacidad última, es decir para $\delta_N = 1$. A veces, al inicio de la curva hay que controlar singularidades de la división entre cero.

3.3.4 Energía (E_N)

La función de disipación de energía normalizada (E_N) se define como la integral cumulativa normalizada, de la curva de capacidad no lineal normalizada (CNL_N). Es decir:

$$E_N(\delta_N) = \frac{1}{C} \int_{x=0}^{\delta_N} CNL_N(x) dx; \quad \text{siendo } C = \text{máx} \left(\int_{x=0}^{\delta_N} CNL_N(x) dx \right) = \int_{x=0}^1 CNL_N(x) dx \quad (8)$$

Las tres funciones se calculan de forma sencilla y directa a partir de la curva/espectro de capacidad no lineal normalizada. La Figura 3.3 muestra las funciones definidas. Las curvas con trazo continuo se han hallado directamente a partir de la curva de capacidad calculada; mientras que las curvas a trazos, se han hallado a partir de la curva de capacidad modelada mediante el modelo paramétrico, usando los parámetros de la Tabla 3.2. En la misma figura, a la derecha y por completitud, se han dibujado también las derivadas segundas, normalizadas, de la curva de capacidad no lineal normalizada; además, como se verá más adelante, esta figura puede usarse para definir umbrales de estados de daño a partir de la rigidez tangente.

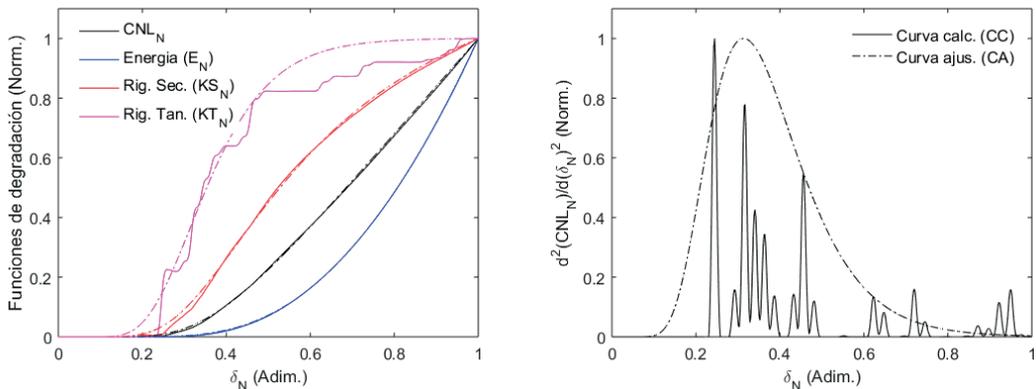


Figura 3.3: Curvas relacionadas con los procesos de degradación de la capacidad del edificio. (Véase explicación en el texto).

3.4 El daño

El daño físico de un edificio se entiende, en general, como la degradación de su capacidad resistente. A su vez, el daño se puede relacionar con el coste de reparación o con la degradación de las funciones para las que el edificio fue construido, entre otras muchas posibilidades. Otros aspectos relacionados con el daño, como por ejemplo los costes socio-económicos y daños a la población, suelen inferirse a partir de los daños físicos y otra información sobre parámetros socio-económicos y de resiliencia de las comunidades donde impacta el terremoto. Estos interesantes aspectos quedan fuera de los objetivos de este estudio, que se centra en el daño físico directo. Calvi et al. (2006) revisan las principales metodologías para la evaluación de la vulnerabilidad a finales del siglo XX y principios del XXI. En los métodos basados en índices de vulnerabilidad (tipo LM1) el edificio se caracteriza completamente mediante un índice que cuantifica su capaci-

dad de resistencia al sismo y que, en general, toma valores entre 0, para edificios de muy buena calidad sismo-resistente, y 1, para edificios de muy mala calidad, con una resistencia muy baja a las acciones sísmicas. Las acciones sísmicas se cuantifican también mediante un sólo parámetro: la intensidad EMS'98 en los métodos LM1. El daño esperado se caracteriza mediante funciones semi-empíricas que relacionan la intensidad, la vulnerabilidad y el grado o estado de daño medio, supuesto que el daño se distribuye de forma binomial. Es decir, equivalentemente, el daño se caracteriza mediante matrices de probabilidad de daño. A partir de la distribución del daño observado en terremotos de Italia, la hipótesis de la distribución binomial fue reconocida por Braga et al. (1982, 1986), y confirmada posteriormente en los estudios de Chávez (1998) y Roca et al. (2006). La Figura 3.4 muestra un ejemplo de matriz de probabilidad de daño; las probabilidades de ocurrencia, en tanto por ciento, son 3.9, 17.7, 32.5, 29.8, 13.6 y 2.5 respectivamente para los estados de daño 0. *nulo*, 1. *leve*, 2. *moderado*, 3. *severo*, 4. *generalizado* y 5. *Colapso*. Obsérvese cómo el estado de daño medio, $Dm=2.39$ en este ejemplo, se acerca al estado de daño más probable. De la hipótesis de la distribución binomial, el grado de daño medio, normalizado entre 0 y 1, es el parámetro de la distribución que permite hallar la matriz de probabilidad de daño; y viceversa, conocida la matriz de probabilidad de daño se obtiene el valor medio normalizado, Dm_{N^*} mediante la siguiente sencilla ecuación:

$$Dm_N = \frac{Dm}{n} = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n k P_k \quad (9)$$

donde n es el número de estados de daño no-nulo, 5 en el ejemplo de la Figura 3.4, y P_k es la probabilidad de que se dé el estado de daño k , ($k=0, \dots, 5$).

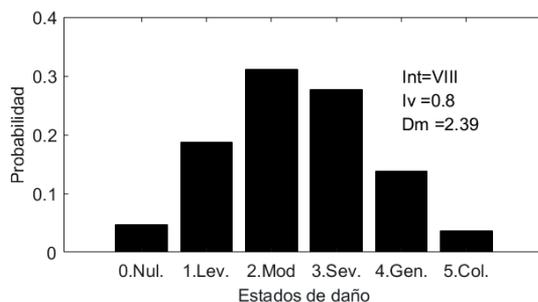


Figura 3.4: Ejemplo de matriz de probabilidad de daño para un edificio con un índice de vulnerabilidad $Iv=0.8$ una intensidad EMS'98 $I=VIII$. El estado de daño medio correspondiente es $Dm=2.39$.

Este índice normalizado varía entre 0 y 1, pero frecuentemente se prefiere usar el estado de daño medio sin normalizar que varía entre 0 y 5. El método LM1 está bien documentado en Giovinazzi (2005) y en Lagomarsino y Giovinazzi (2006).

3.4.1 Curvas de fragilidad

Una forma alternativa de definir la capacidad resistente de un edificio es mediante curvas de fragilidad. Para un estado de daño k , y un desplazamiento específico x , la curva de fragilidad

define la probabilidad de que este estado de daño se iguale o exceda. En general, se supone que las curvas de fragilidad siguen una distribución lognormal acumulativa de forma que éstas quedan totalmente definidas por dos parámetros: μ_k y β_k . Recuérdese que una variable aleatoria sigue una distribución lognormal cuando los logaritmos de la variable siguen una distribución normal o gaussiana de media μ_k y desviación estándar β_k . μ_k suele conocerse como el umbral del estado de daño y se define como el valor de la variable independiente, x , para el que la curva de fragilidad vale 0.5. Es decir, el valor para el que la probabilidad de que sea igualado o excedido el estado de daño k es del 50%. Como se ha indicado más arriba, β_k está relacionado con la dispersión de la función lognormal. La forma analítica de una curva de fragilidad es:

$$CF_k(x | \mu_k, \beta_k) = P(d \geq k | x, \mu_k, \beta_k) = \Phi \left[\frac{1}{\beta_k} \ln \left(\frac{x}{\mu_k} \right) \right] \quad (10)$$

$$= \frac{1}{\beta_k \sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{1}{t} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta_k} \ln \frac{t}{\mu_k} \right)^2 \right] dt$$

Obsérvese cómo Φ hace referencia a una función implícita acumulativa de la función de densidad de una distribución lognormal; esta expresión se suele usar con frecuencia en la literatura, con todo, para una mayor claridad, aquí se ha preferido poner también el segundo término de la ecuación (10), que corresponde a la forma explícita de la curva de fragilidad. La Figura 3.5 muestra tres curvas de fragilidad correspondientes a diferentes valores de los parámetros μ y β .

De esta manera, una curva de fragilidad queda totalmente definida mediante estos dos importantes parámetros. Una forma frecuentemente usada para determinar curvas de fragilidad es definir los umbrales de los estados de daño con base en observaciones de daño o con base en un criterio experto y el uso de la hipótesis de que el daño se distribuye de acuerdo a una distribución binomial. De esta forma, una técnica de mínimos cuadrados permite estimar los parámetros β_k . Recuérdese que la hipótesis de la distribución binomial del daño, está bien contrastada a partir de observaciones de daño en terremotos reales.

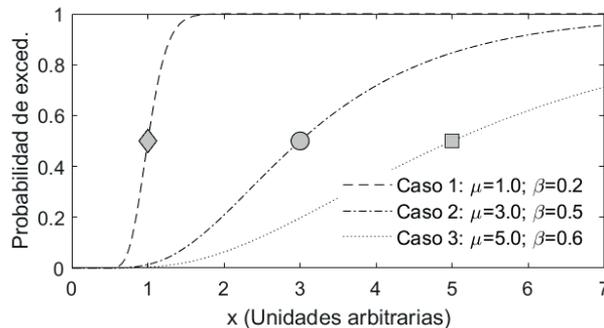


Figura 3.5: Ejemplos de curvas de fragilidad.

Los umbrales o parámetros de las curvas se destacan con marcadores.

En el método LM2 de Risk-UE (Giovinazzi, 2005; Lagomarsino y Giovinazzi, 2006), los umbrales de los estados de daño se obtienen a partir de la forma bilineal del espectro de capacidad. Concretamente, el método LM2, al igual que Hazus (FEMA, 2019), considera cuatro estados de daño no nulo; 1. *Leve*, 2. *Moderado*, 3. *Severo* y 4. *Completo*; El grado o estado de daño 4 en LM2, contiene los estados de daño 4 y 5 del método LM1, ya que se considera que, para el estado de daño 4 en LM1, el coste de reparación del daño excede el 60 % del coste de reposición del edificio, por lo que se considera más eficaz y rentable, demoler y reconstruir que reparar. Si Sd_y y Sd_u son los desplazamientos espectrales del punto de cedencia y del punto de capacidad última de la forma bilineal del espectro de capacidad, los umbrales de los estados de daño en LM2 se definen mediante las siguientes ecuaciones:

$$\overline{Sd}_1 = a Sdy; \quad \overline{Sd}_2 = b Sdy; \quad \overline{Sd}_3 = c Sdy + d(Sdu - Sdy); \quad \overline{Sd}_4 = e Sdu \quad (11)$$

donde a , b , c , d y e son coeficientes que se estiman a partir de opinión experta. En el método LM2 estos coeficientes se tomaron como: $a=0.7$; $b=c=e=1$ y $d=0.25$. De este modo, las curvas de fragilidad se obtienen de una forma directa y sencilla a partir del espectro de capacidad. Eventualmente se puede permitir un cierto margen de variabilidad, entre un 5 y un 10%, por ejemplo, para conseguir un mejor ajuste. La Figura 3.6 muestra las curvas de fragilidad obtenidas para el edificio de la Figura 3.1 con el espectro bilineal de capacidad de la Figura 3.2. Estas curvas se dan en función del desplazamiento espectral, pero, deshaciendo la transformación de la curva de capacidad en el espectro de capacidad, pueden también representarse en función del desplazamiento en el techo del edificio. Es evidente que existen muchas otras maneras de definir las curvas de fragilidad. Más adelante se muestra cómo se pueden definir a partir de otros índices de daño. Además, las curvas de fragilidad pueden usarse para calificar el comportamiento de los edificios de otras maneras. Por ejemplo, las probabilidades de que se excedan determinados umbrales de comportamiento, como sería el caso de la probabilidad de que se exceda el nivel de “*ocupación inmediata*”. Más abajo, en la Tabla 3.4 se dan los parámetros de las curvas de fragilidad.

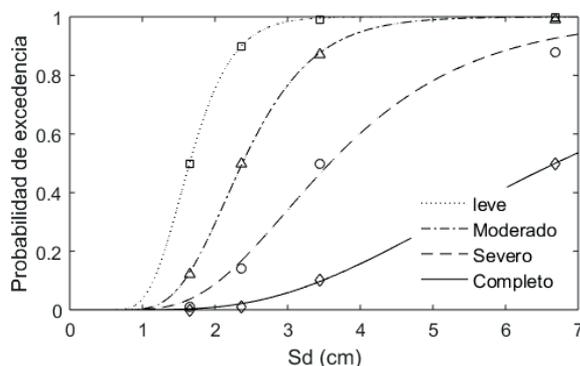


Figura 3.6: Curvas de fragilidad obtenidas con el método de Risk UE.

3.4.2 Estado de daño medio y matrices de probabilidad de daño

Para cada valor de la variable de definición de las curvas de fragilidad, el desplazamiento espectral, S_d , en este caso, y supuestos 4 estados de daño no-nulo, $ds_i, i=1 \dots 4$; la siguiente ecuación permite calcular las probabilidades $P(ds_i)$ de que ocurran los diferentes estados de daño, a partir de las probabilidades de excedencia³ definidas por las curvas de fragilidad $CF_i(S_d)$.

$$P_i(S_d) = P(ds_i | S_d) = \begin{cases} 1 - CF_1(S_d) & i = 0 \\ CF_i(S_d) - CF_{i+1}(S_d) & 0 < i < 4 \quad i \in \{1, \dots, 4\} \\ CF_4(S_d) & i = 4 \end{cases} \quad (12)$$

Ahora puede calcularse el grado de daño medio normalizado, tal como ha sido definido en la ecuación (9) o, deshaciendo la normalización, el estado de daño medio. La Figura 3.7 muestra la curva del estado de daño medio junto con una matriz de probabilidad de daño. Así, la curva del estado de daño medio contiene toda la información de las curvas de fragilidad. Por otra parte, es importante observar que, hasta el momento, no ha intervenido la acción sísmica, de forma que esta curva de daño hace referencia, de forma exclusiva, al daño esperado para un desplazamiento espectral dado. Para tener una idea del daño esperado para una acción sísmica específica será necesario determinar el desplazamiento espectral que esta acción sísmica produce sobre la estructura. Así, en cierto modo, fragilidad indica vulnerabilidad, en el sentido definido en los métodos LM1. La matriz de probabilidad de daño de la Figura 3.7 corresponde a un estado de daño medio de 1.1 y a un desplazamiento espectral de 2 cm. Obsérvese cómo, aunque muy pequeña (0.008), la probabilidad del estado de daño completo no es nula.

3.4.3 Nuevos enfoques del daño

Existen en la literatura otras formas de considerar el daño físico directo en edificios y, frecuentemente, se genera confusión entre las diferentes formas de considerar el daño. Es necesario distinguir entre lo que son indicadores de daño y el estado de daño medio, tal como se ha definido en el apartado anterior, en la ecuación (9), basado en matrices de probabilidad de daño o curvas de fragilidad. En realidad, en el método LM2 de Risk-UE, el indicador o puntero indicador de daño es la curva de capacidad, en su forma bilineal. Indudablemente, cuanto más cerca esté el desplazamiento del punto de colapso, más daño presentará el edificio. Este hecho se cuantifica mediante unos umbrales de estados de daño, definidos en la ecuación (11), basados en opinión experta y ya con un sentido estadístico. En años recientes, diversos autores han conceptualizado el daño centrándose en la curva o espectro de capacidad completo, focalizando, en algunos casos, en cómo se degrada la estructura hasta el punto de colapso. Así, Vargas-Alzate (2013) y Barbat et al. (2016) prestan atención a la primera derivada de la curva o espectro de capacidad, y Pujades et al. (2015) también proponen un nuevo indicador de daño basado en la degradación de la rigidez secante y en la energía disipada. Además, en el último trabajo mencionado, el indicador de daño se calibra, con éxito, con el índice de daño propuesto por Park y Ang (1985), que se halla a partir de análisis dinámico incremental.

³ Recuérdese que la probabilidad de que se iguale o exceda el estado de daño nulo o sin-daño es trivialmente la unidad.

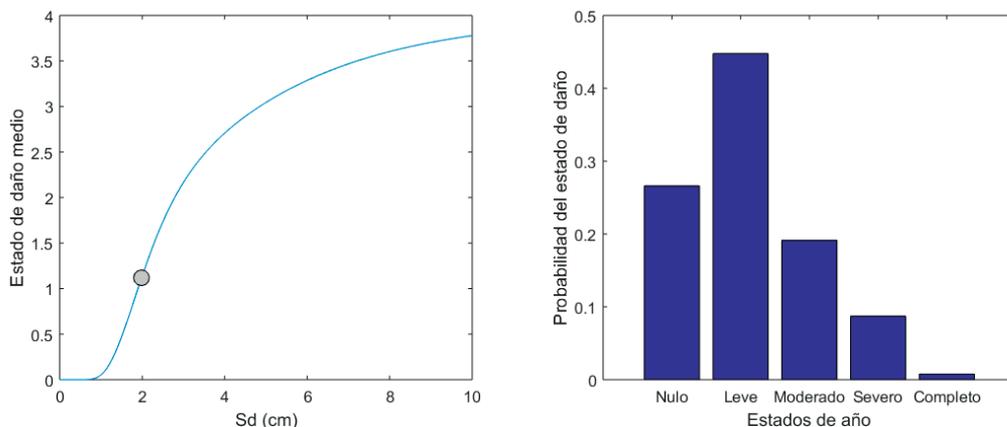


Figura 3.7: Curva del estado de daño medio (izquierda) y ejemplo de una matriz de probabilidad de daño. La matriz de probabilidad de daño corresponde a un estado de daño medio de 1.1 y a un desplazamiento espectral de 2 cm.

Estos enfoques han sido aplicados recientemente, también con éxito, a edificios de mampostería reforzada de bloques de hormigón (Hidalgo-Leiva, 2017; Hidalgo-Leiva et al., 2018) y a estructuras metálicas típicas de la ciudad de México (Díaz-Alvarado, 2017; Díaz-Alvarado et al., 2018). Los aspectos relacionados con las definiciones de los umbrales de los estados de daño en estas dos nuevas formulaciones del daño, se describen brevemente a continuación.

Umbrales basados en la rigidez tangente

Estos umbrales se basan en la propuesta de Vargas-Alzate (2013) y Barbat et al. (2016). La propuesta de estos autores focaliza en la primera derivada de la curva de capacidad o, lo que es equivalente, en cómo varía la rigidez tangente, es decir la pendiente de la curva, desde el tramo elástico hasta el punto de colapso. De forma equivalente se focaliza en la función de la rigidez tangente normalizada (KT_N), tal como se ha definido en la ecuación (6). Los umbrales de los estados de daño se basan en la variación de la rigidez tangente. Concretamente, el umbral del estado de daño *Leve* se fija donde se inicia la parte no lineal de la curva de capacidad, es decir, donde KT_N es del orden de una centésima. El umbral del estado de daño *Moderado* se fija en el máximo de la segunda derivada del espectro/curva de capacidad; en este caso, cuando la función de la rigidez tangente vale 0.36. El umbral del estado de daño *Severo* se fija cuando KT_N vale 0.8 y, finalmente, el umbral del estado de daño *Completo* se fija en el valor de 1 de la función KT_N . En la Figura 3.8 (primera de la segunda línea de figuras) se observan estos umbrales sobre las funciones KT_N obtenidas a partir de la curva de capacidad original y de la curva ajustada. Puede observarse, sobre todo en la curva obtenida a partir de la curva de capacidad original, su habilidad para detectar cambios bruscos en la rigidez tangente y, en particular, el punto de cedencia, que se da para $\delta_N=0.24$, que indica el paso del rango lineal al no lineal y, en consecuencia, la aparición del daño incipiente.

Umbral basado en el índice de daño de Park y Ang (I_{BPA})

Pujades et al. (2015), proponen un índice o indicador de daño basado en la curva o espectro de capacidad. El índice, a su vez, se basa en el índice de Park y Ang (1985) que suma las contribuciones al daño debidas a la deformación y a la disipación de energía (ver también Park et al. 1984, 1985, Park 1985). Concretamente, proponen el siguiente índice de daño, a nivel de elemento:

$$\begin{aligned}
 DI_E(\delta) &= \frac{\delta}{\delta_u} + \frac{\gamma}{Q_y \delta_u} \int_0^\delta dE \\
 &= \frac{\delta}{\delta_u} + \gamma \int_{\xi=0}^\delta \left(\frac{\xi}{\delta_u} \right)^k \frac{dE}{Ec(\xi)}
 \end{aligned} \tag{13}$$

En esta ecuación δ es la máxima deformación de un elemento estructural del edificio sometido al movimiento sísmico, δ_u es la deformación última del elemento bajo cargas monotónicas y Q_y es la resistencia en el punto de cedencia. Si la resistencia Q_u en el punto de capacidad última es menor que Q_y , entonces Q_y se substituye por Q_u . $Ec(\xi)$ es la energía histerética disipada en cada ciclo de carga en el nivel de desplazamiento ξ y dE es el incremento de energía histerética absorbida. k y γ son parámetros no negativos. En teoría, $DI_E(\delta)$ en el rango elástico es nulo pero su cálculo efectivo mediante la ecuación (13) puede resultar en valores positivos insignificantes. Para calcular el daño global es necesario ponderar el daño a nivel de elemento a partir de la siguiente ecuación:

$$DI_{PA}(\delta) = \sum_i \lambda_i DI_E \quad \text{siendo} \quad \lambda_i = \frac{E_i}{\sum_i E_i} \tag{14}$$

E_i es la energía total absorbida, incluida la potencial. Valores de $DI_{PA}(\delta)$ mayores que la unidad implican que se ha producido el daño generalizado del edificio o el colapso. Así, tomando la idea de que el daño es una función de la deformación y de la energía absorbida por el sistema, Pujades et al. (2015) definen el índice de daño basado en el índice de daño de Park y Ang, $I_{BPA}(\delta_N)$, mediante la siguiente ecuación:

$$I_{BPA}(\delta_N) = \alpha KS_N(\delta_N) + (1 - \alpha) E_N(\delta_N) \tag{15}$$

donde $KS_N(\delta_N)$ y $E_N(\delta_N)$ son respectivamente las funciones de la rigidez secante y de la energía definidas más arriba. Pujades et al. (2015) usaron el análisis dinámico incremental para calibrar el parámetro que define las tasas de contribución al daño total, del desplazamiento y de la absorción de energía, hallando un excelente acuerdo entre el índice de Park y Ang y el índice $I_{BPA}(\delta_N)$ así definido. Del análisis de edificios de hormigón armado para un caso determinista obtuvieron un valor de $\alpha = 0.77$ y a partir de un análisis probabilista, obtienen un valor medio $\alpha = 0.70$ con una desviación estándar de 0.04. En la tercera columna de la Figura 3.8 se muestra el índice $I_{BPA}(\delta_N)$ obtenido usando un valor $\alpha = 0.70$.

Por otra parte, con base en los trabajos de Park et al. (1984, 1985) y de Cosenza y Manfredi (2000), Pujades et al. (2015) establecieron que los valores del $I_{BPA}(\delta_N)$ en los umbrales de los estados de daño eran 0.05, 0.2, 0.4 y 0.65, respectivamente para los estados de daño *Leve*, *Modificado*, *Severo* y *Completo*. Los valores de δ_N correspondientes a estos valores, usando las curvas de capacidad originales y las ajustadas mediante el modelo paramétrico, se muestran en la figura de

la tercera fila y tercera columna de la Figura 3.8. Los valores para el caso de la curva ajustada se muestran en la tercera fila de la Tabla 3.3. KT_N , en esta tabla, es el valor de la función de rigidez tangente normalizada, es decir de la primera derivada, normalizada, de la parte no lineal de la curva o espectro de capacidad.

Discusión

La Figura 3.9 muestra los umbrales de los estados de daño de acuerdo a las tres propuestas analizadas. A partir de estos umbrales se han obtenido curvas de fragilidad, matrices de probabilidad de daño y el estado de daño medio. La Tabla 3.4 muestra los parámetros de las curvas de fragilidad y el error del ajuste.

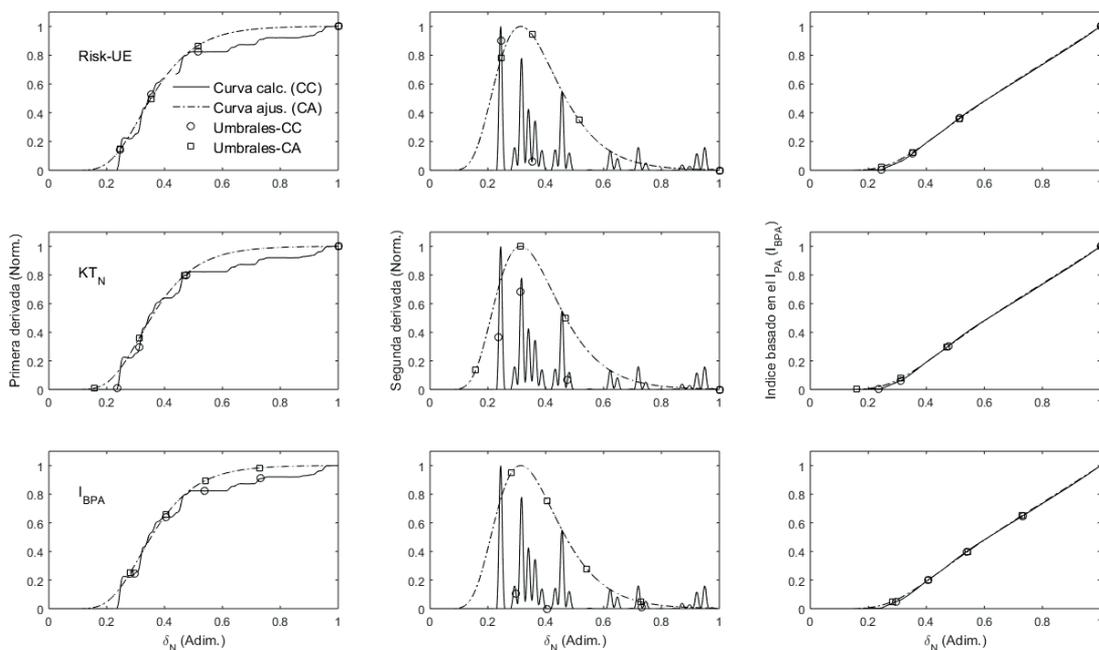


Figura 3.8: Umbrales de los estados de daño de acuerdo a los modelos de daño de Risk-UE, el basado en la rigidez tangente KT_N y el basado en el índice I_{BPA} . Se muestran los obtenidos directamente sobre la curva calculada (CC) y sobre la ajustada (CA). También se muestran las primeras y segundas derivadas y el índice basado en el índice de daño de Park y Ang.

El error se define aquí como el error cuadrático medio, es decir como el valor medio de los cuadrados de las diferencias entre las curvas observadas en los umbrales de los estados de daño (marcadores en la Figura 3.6) y los valores de las curvas de fragilidad, ajustadas, en estos puntos. La Figura 3.10 muestra las curvas del estado de daño medio obtenidos para los tres casos. Se observa cómo, para el edificio aquí analizado, las técnicas Risk-UE y KT_N tienden a sobrevalorar

el daño para pequeños desplazamientos y a subestimar el daño para desplazamientos cercanos al punto de capacidad última.

Tabla 3.3: Umbrales de los estados de daño para las tres propuestas analizadas.

Método	Grados o estados de daño							
	Leve		Moderado		Severo		Colapso	
	δ_N	KT_N	δ_N	KT_N	δ_N	KT_N	δ_N	KT_N
Risk-UE	0.25	0.15	0.35	0.53	0.51	0.87	1.00	1.00
KT_N	0.16	0.01	0.31	0.36	0.47	0.80	1.00	1.00
I_{BPA}	0.28	0.25	0.41	0.66	0.54	0.90	0.73	0.98

Por otra parte, se muestran también dos matrices de probabilidad de daño, correspondientes a desplazamientos espectrales de 2 cm, cerca del punto de cedencia, y de 6.68 cm, cerca del punto de capacidad última. Las matrices de probabilidad de daño obtenidas se muestran también en la Figura 3.10, y los valores numéricos en la Tabla 3.5. Se observa con claridad cómo la mayor probabilidad del estado de daño nulo (0.42) para el desplazamiento espectral de 2 cm se obtiene con los umbrales basados en el I_{BPA} .

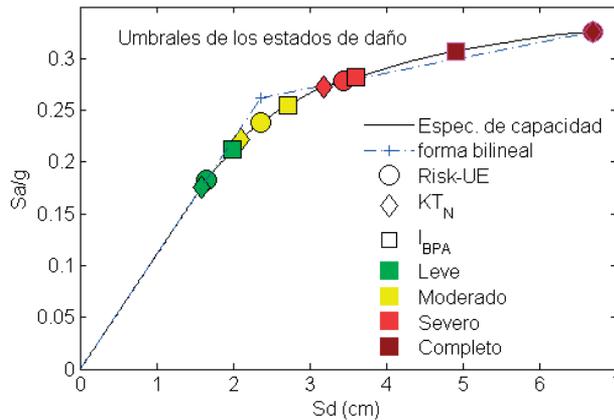


Figura 3.9: Espectro de capacidad y umbrales de los estados de daño para las propuestas basadas en Risk-UE, la rigidez tangente KT_N y el índice basado en el índice de Park y Ang I_{BPA} . Se muestra también la forma bilineal del espectro de capacidad.

También para los umbrales I_{BPA} se obtiene la mayor probabilidad del estado de daño completo (0.90) para un desplazamiento espectral de 6.68.

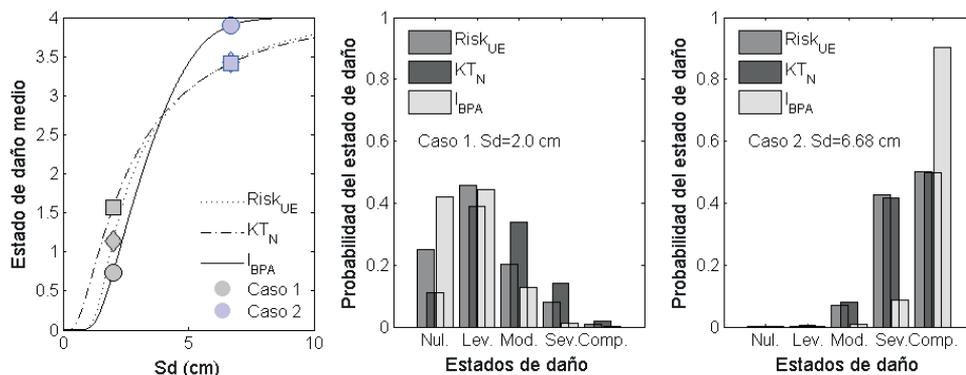


Figura 3.10: Curvas de los estados de daño medio para los casos Risk-UE, el basado en la rigidez tangente KT_N y el basado en el índice de Park y Ang, I_{BPA} . Se muestran también las matrices de probabilidad de daño para los desplazamientos espectrales de 2.0 y 6.68 cm.

Tabla 3.4: Parámetros de las curvas de fragilidad correspondientes a los diferentes métodos para fijar los umbrales de los estados de daño.

Método	Estados de daño											
	Leve			Moderado			Severo			Completo		
	μ (cm)	σ	ϵ	μ (cm)	σ	ϵ	μ (cm)	σ	ϵ	μ (cm)	σ	ϵ
<i>Risk UE</i>	1.67	0.26	1.3e-05	2.36	0.31	1.3e-04	3.56	0.43	1.4e-03	6.68	0.51	3.7e-05
<i>KT_N</i>	1.07	0.51	1.5e-05	1.99	0.46	7.9e-04	3.31	0.51	1.1e-03	6.68	0.58	3.8e-05
<i>I_{BPA}</i>	1.87	0.30	5.5e-06	2.79	0.28	3.8e-04	3.61	0.26	1.3e-05	4.88	0.24	6.0e-06

Tabla 3.5: Matrices de probabilidad de daño para dos desplazamientos espectrales correspondientes a las curvas de fragilidad obtenidas a partir de los diferentes métodos para determinar los umbrales de los estados de daño. Dm indica el estado de daño medio. (Véase la Figura 3.10).

Método	Estados de daño					Dm	
	Nulo	Leve	Moderado	Severo	Completo		
Caso 1: Sd=2.00 cm	<i>Risk UE</i>	0.25	0.46	0.20	0.08	0.01	1.14
	<i>KT_N</i>	0.11	0.39	0.34	0.14	0.02	1.56
	<i>I_{BPA}</i>	0.42	0.44	0.13	0.01	***	0.73
Caso 2: Sd=6.68 cm	<i>Risk UE</i>	***	***	0.07	0.43	0.50	3.44
	<i>KT_N</i>	***	***	0.08	0.42	0.50	3.41
	<i>I_{BPA}</i>	***	***	0.01	0.09	0.90	3.90

(***) Indica muy baja probabilidad

4. El enfoque probabilista

Es bien conocido que, tanto las acciones sísmicas esperadas en un lugar como las propiedades de los edificios, presentan importantes incertidumbres. La forma adecuada de tratar la incertidumbre es el uso de un enfoque probabilista. El mayor o menor éxito de los resultados obtenidos va a depender del mayor o menor acierto en la captura de estas incertidumbres. En este apartado se aborda el análisis de la capacidad, fragilidad y daño esperado bajo un enfoque

probabilista. Al igual que en el enfoque determinista que se ha presentado hasta aquí, este estudio no considera las acciones sísmicas, puesto que se reduce a cuantificar la fragilidad y el daño esperado mediante propuestas avanzadas basadas en las curvas de capacidad, en la rigidez tangente y en el índice de daño basado en el índice de daño de Park y Ang, tal como se han introducido más arriba.

4.1 Edificio

En el enfoque probabilista las propiedades del edificio se definen mediante variables aleatorias que siguen funciones de distribución de probabilidad. Es importante distinguir dos tipos de variables: las que hacen referencia a propiedades intrínsecas del edificio y las que hacen referencia a la población de edificios, por ejemplo, en un barrio, distrito o ciudad. En este trabajo se han seleccionado un conjunto representativo de variables típicas, pero pueden variar en función del propósito del estudio. Las distribuciones de probabilidad de las propiedades resistentes de los materiales y de las propiedades geométricas de los edificios se pueden definir a partir de los resultados de ensayos y de estudios de campo, respectivamente. Otros parámetros de interés pueden caracterizarse también a partir de estudios de campo en la zona de estudio. En el ejemplo aquí analizado se han considerado 9 variables aleatorias. Cuatro de estas variables hacen referencia a las propiedades geométricas, dos a las propiedades resistentes de los materiales y tres a otras propiedades relacionadas con las cargas vivas y la cuantía de acero en vigas y columnas.

Propiedades geométricas

Se considera la incertidumbre en el número de pisos, N_p , el número de vanos del pórtico, N_v , la altura de entrepiso, H_{ep} , y las secciones de vigas, S_v , y columnas S_c . N_p sigue una distribución uniforme y discreta, sólo toma valores enteros, en el dominio [3,5]; N_v también sigue una distribución uniforme y discreta con un dominio [2,7]. Es decir, se consideran edificios con 3, 4 y 5 pisos y con pórticos de 2, 3, 4, 5, 6 o 7 vanos, uniformemente distribuidos. H_{ep} se considera que se distribuye de forma continua uniforme con un valor medio de 3 m y una desviación típica de 20 cm. S_v y S_c se supone siguen una distribución discreta, con intervalos de 5 cm, y uniforme. Los valores medios de S_v y S_c varían con la altura, de acuerdo con los valores de la Tabla 3.1. Para los edificios con 5 pisos se mantienen los mismos valores que para los de 4 pisos; los intervalos de definición son el valor medio más-menos 10 cm. Para S_v la altura de la sección debe ser al menos 5 cm mayor que la de la base. Como se observa en la Tabla 3.1, los pisos inferiores tienen secciones de columna y de viga mayores que las de los pisos superiores.

Cuantía de acero

Para la cuantía de acero en vigas, ρ_v , y en columnas, ρ_c , se supone una distribución continua y gaussiana. Los valores medios de ρ_v y ρ_c son, respectivamente 0.009 y 0.02, y las correspondientes desviaciones típicas son 0.002 y 0.003.

Otros parámetros

Los otros parámetros considerados aleatorios son: las cargas vivas, Q_v , la resistencia a compresión del hormigón, f_c , y el módulo de elasticidad del acero E_s . Para estas tres variables se

supone una distribución continua y gaussiana. Los valores medios respectivamente para Q_v , f_c y E_s son 1.20 kN/m², 2.5E04 kN/m² y 2.0E08 kN/m² y las correspondientes desviaciones típicas son, respectivamente, 0.25kN/m², 2.5E03 kN/m² y 2.0E07 kN/m². Además, para las muestras de f_c generadas se tiene en cuenta la variabilidad espacial de acuerdo a las hipótesis de Vargas-Alzate et al. (2017). La Tabla 4.1 resume las variables aleatorias y las hipótesis sobre sus distribuciones estadísticas.

Tabla 4.1 Características de las variables aleatorias

Variable aleatoria	Tipo	Distribución	Dominio	Valor Medio (μ)	Desviación típica (σ)	
N_p	N. de pisos	D	U	[3-5]	NP	NP
N_v	N. de vanos	D	U	[2-7]	NP	NP
S_v, S_c	Geom. secciones	D	U	(*)	NP	NP
ρ_c, ρ_v	Cuantías de acero	C	G	NP	(**)	(***)
Hep	Alt. de piso (m)	C	G	NP	3.0	0.2
Q_v	Cargas vivas (kN/m ²)	C	G	NP	1.20	0.25
f_c	Resist. Compr. Hormigón(kN/m ²)	C	G	NP	2.5E04	2.5 E03
E_s	Módulo de elasticidad (kN/m ²)	C	G	NP	2.0 E08	2.0 E07

D: Discreta. C: Continua. U: Uniforme. G: Gaussiana. NP: No procede.

(*) Las secciones de columnas y vigas varían de manera discreta en intervalos de 5 cm. Los valores medios se presentan en la Tabla 3-1. El valor mínimo queda 10 cm por debajo y el máximo 10 cm por encima del valor medio. La sección de la viga es, al menos, 5 cm más alta que ancha y, en pisos inferiores, las secciones de columnas y vigas son mayores que en pisos superiores.

(**) Para columnas el valor medio es 0.02 y la desviación estándar es 0.003; para vigas el valor medio es 0.009 y la desviación estándar es 0.002 (véase también la Tabla 3.1).

(***) Las muestras de la resistencia del hormigón se generan de acuerdo a las hipótesis de Vargas-Alzate et al. (2017) introducidas para considerar la variabilidad espacial.

4.2 Análisis *pushover*

Como es bien conocido, el método de Monte Carlo permite abordar problemas numéricos en múltiples disciplinas de la ciencia. Una introducción básica al método de Monte Carlo puede hallarse en Sóbol (1976), y aspectos más avanzados en Kalos y Whitlock (1986). Fundamentos sobre estadística y métodos probabilistas pueden hallarse en Kay (2006) y en Mendenhall y Sincich (2007).

En casos como el aquí analizado, el método de Monte Carlo se usa para modelizar la incertidumbre de la respuesta de sistemas complejos en los que las variables de entrada presentan una incertidumbre significativa. En general, los pasos de la técnica son los siguientes: 1) definición del dominio y de las funciones de distribución de las variables de entrada, como se ha hecho más arriba; 2) generación de muestras aleatorias sobre el dominio a partir de la distribución de probabilidad que corresponda; 3) realización de un cálculo determinista para cada edificio definido por cada grupo individual de las variables de entrada y 4) análisis de los resultados obtenidos. Cabe destacar que, de manera implícita e indirecta, otras variables asociadas a las propiedades

mecánicas de los materiales se consideran también aleatorias. Esto se debe a que, por ejemplo, algunas variables se calculan a partir de f_c y E_s . Nótese también que la geometría de las secciones se ha tratado como una variable discreta y uniforme ya que, en edificios reales, sus dimensiones suelen variar en intervalos de 5 cm. Una vez caracterizadas las variables aleatorias, se ha usado el método de Monte Carlo para generar 1000 grupos de muestras aleatorias representativos de 1000 edificios de la tipología estructural considerada, de acuerdo con las distribuciones definidas en la Tabla 4.1. Para la generación aleatoria de las muestras se usó la técnica del hipercubo latino y este número de muestras (1000) resultó ser suficiente para representar adecuadamente las distribuciones de probabilidad supuestas. Una vez generadas las muestras, se han realizado 1000 análisis *Pushover*, obteniéndose 1000 curvas de capacidad. La Figura 4.1 muestra las 1000 curvas de capacidad obtenidas. En esta figura se muestra también la curva determinista de la Figura 3.2 y las curvas representativas de los percentiles 5, 50 y 95.

4.3 El modelo paramétrico

El modelo paramétrico de Pujades et al. (2015), explicado más arriba, se ha aplicado a las 1000 curvas de capacidad de la Figura 4.1 y se ha realizado un análisis estadístico de los 5 parámetros de ajuste. Además, también se han calculado las formas bilineales correspondientes, de forma que los puntos de cedencia (δ_y, F_y), también se han incorporado a los análisis estadísticos. La Figura 4.2 muestra los histogramas de los 5 parámetros del modelo paramétrico, incluyendo además la abscisa δ_y del punto de cedencia. Se han ensayado las funciones de distribución lognormal y gaussiana. Se observa que la distribución lognormal ajusta mejor los histogramas obtenidos.

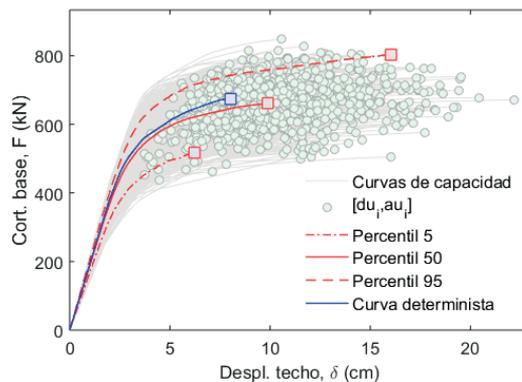


Figura 4.1 Curvas de capacidad probabilistas. Se muestran también los puntos de capacidad última y las curvas determinista y de los percentiles 5, 50 y 95.

4.3.1 Análisis de correlación

Como complemento del estudio estadístico se ha realizado un análisis de correlación entre los parámetros obtenidos, incluyendo el punto de cedencia. La Figura 4.3 y la Tabla 4.3 muestran el resultado de este análisis de correlación. La mayor correlación, 0,88, se obtiene entre F_y y δ_y . Esta correlación se debe a que en la curva bilineal se cumple que $F_y = m \delta_y$. La siguiente correlación

alta, 0.80, se obtiene entre F_y y F_u ; a mayor F_y , mayor F_u . Esta correlación se atribuye a que, en el modelado de los edificios, se ha supuesto que los materiales de vigas y columnas siguen una regla bilineal con un endurecimiento del 5%. Esta correlación también puede observarse gráficamente en la Figura 4.3. Se obtiene una correlación de 0.80 entre δu y μ ; esta alta correlación se atribuye al hecho que el parámetro μ está relacionado con la ductilidad (Pujades et al. 2015).

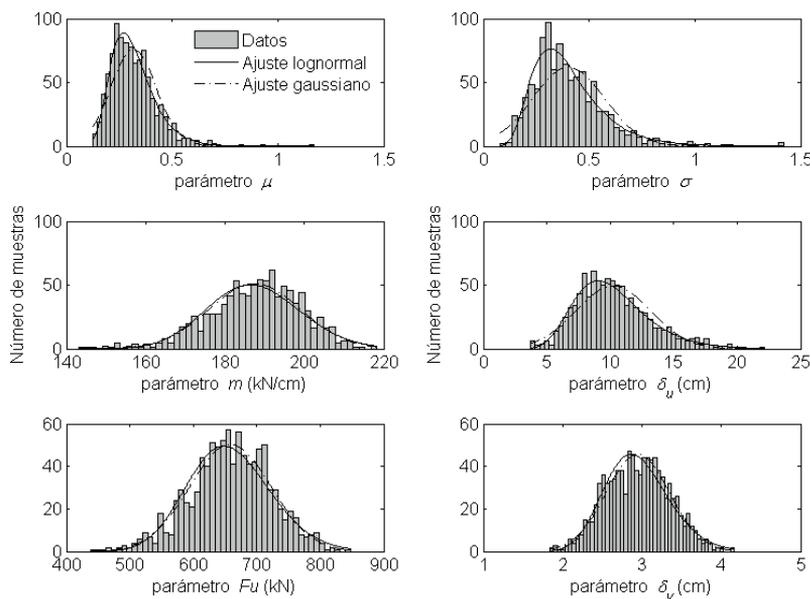


Figura 4.2: Histogramas y distribuciones lognormal y gaussianas ajustadas.

La relativamente alta correlación, 0.63, entre F_u y δy , puede ser atribuida al efecto combinado de la relativamente baja variabilidad de las pendientes, m , de las curvas de capacidad y de la regla bilineal con endurecimiento usada para los materiales, así al aumentar δy aumenta F_u .

Menor correlación se observa entre el resto de variables. Las variables σ y m son las menos correlacionadas con las otras variables.

Tabla 4.2: Distribuciones de probabilidad ajustadas a los histogramas de la Figura 4.2

Parámetros	Ajuste lognormal		Ajuste gaussiano		Errores ajustes	
	μ_l	σ_l	μ_g	σ_g	Lognormal	Gaussiano
μ	0.30	0.32	0.32	0.11	5.4	10.0
σ	0.37	0.40	0.40	0.17	6.6	11.0
m (kN/cm)	187.28	0.06	187.65	11.58	5.9	5.2
δu (cm)	9.86	0.29	10.27	2.94	3.5	6.7
F_u (kN)	655.48	0.10	658.68	64.06	5.5	4.7
δy (cm)	2.92	0.14	2.95	0.40	4.7	4.2

Tabla 4.3 Análisis de correlación

Parámetros	μ	σ	m	δu	Fu	δy	Fy
μ	1.00	-0.14	-0.08	-0.80	-0.07	Fu	0.09
σ	-0.14	1.00	0.04	0.20	-0.03	-0.33	-0.34
m	-0.08	0.04	1.00	-0.09	0.22	-0.39	0.09
δu	-0.80	0.20	-0.09	1.00	0.29	0.29	0.27
Fu	-0.07	-0.03	0.22	0.29	1.00	0.63	0.80
δy	0.09	-0.33	-0.39	0.29	0.63	1.00	0.88
Fy	0.05	-0.34	0.09	0.27	0.80	0.88	1.00

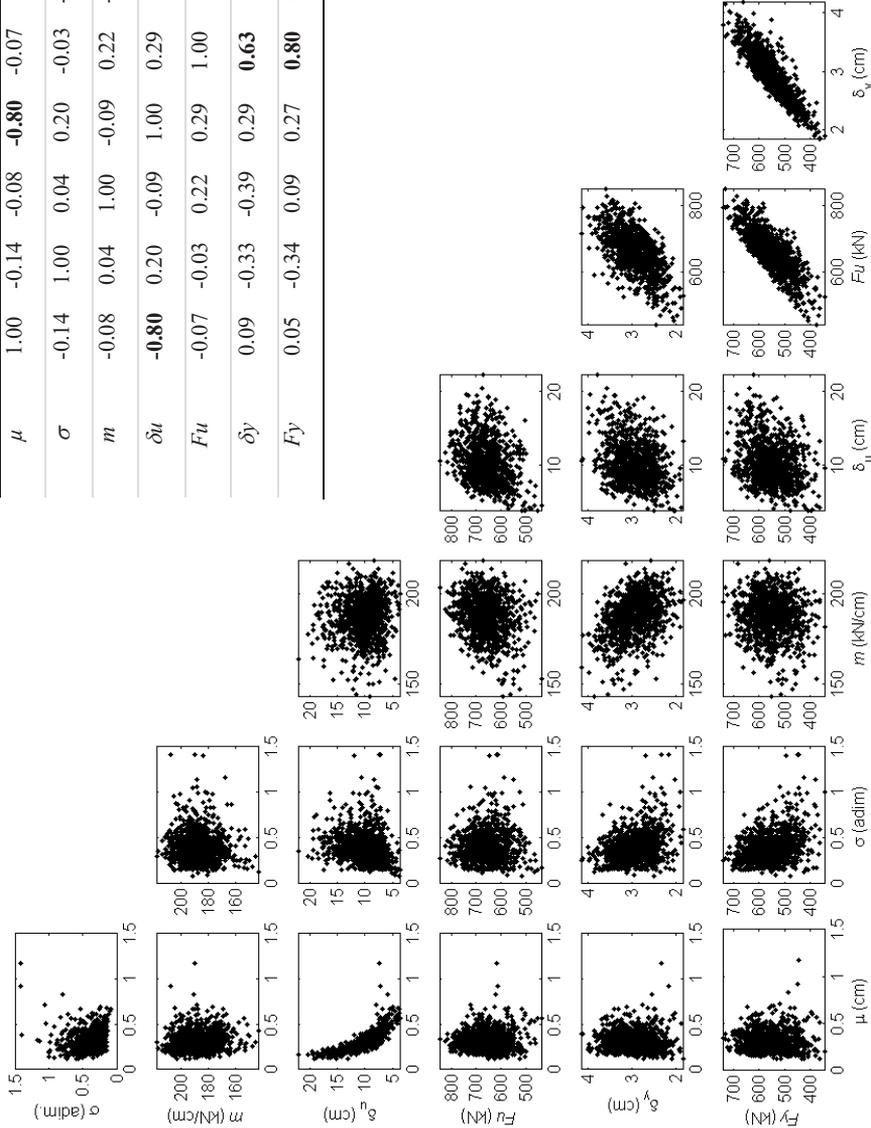


Figura 4.3: Análisis de correlación.

4.4 El daño

En este apartado se analiza el daño esperado desde una perspectiva probabilista. Para simplificar se utilizan las curvas de daño basadas en el índice de Park y Ang, y los umbrales de los estados de daño basados en este índice.

4.4.1 Curvas de daño basadas en el índice de Park y Ang.

Como primer paso, para cada curva de capacidad se estima el índice de daño basado en el índice de daño de Park y Ang. Para ello, el parámetro α también se considera de forma probabilista. Con base en Pujades et al. (2015), se ha considerado una distribución normal con un valor medio de 0.70 y una desviación típica de 0.04. Para optimizar el muestreo se ha usado la técnica del hipercubo latino. La Figura 4.4 muestra el histograma de la distribución obtenida. También se muestra la distribución gaussiana escogida para el modelo probabilista.

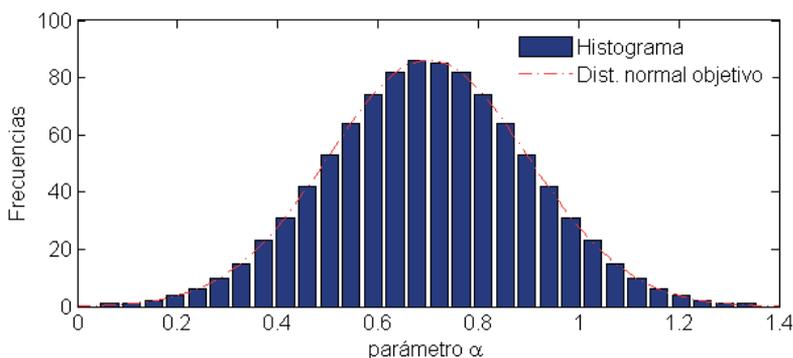


Figura 4.4: Histograma de los valores del parámetro α y distribución normal objetivo con valor medio 0.70 y desviación típica de 0.04.

4.4.2 Curvas de fragilidad

Para las curvas de fragilidad desde una perspectiva probabilista, se ha escogido el índice de daño I_{BPA} propuesto por Pujades et al. (2015), basado en el índice de Park y Ang. Para cada curva de capacidad se ha hallado el I_{BPA} usando una muestra del parámetro, entre las obtenidas en el apartado anterior. Para cada índice de daño se han usado los umbrales de los estados de daño tal como se han definido más arriba, es decir, los desplazamientos, δ , para los que el I_{BPA} toma valores de 0.05, 0.2, 0.4 y 0.65, respectivamente para los estados de daño *Leve*, *Moderado*, *Severo* y *Completo*. Estos desplazamientos espectrales se han usado para hallar las curvas de fragilidad correspondientes a cada curva de capacidad. La Figura 4.5 muestra los resultados obtenidos. Para hallar la curva de fragilidad correspondiente a la colección de los edificios se aplica el teorema de probabilidad total (Papoulis, 1991):

$$P(D_s \geq D_{s_i} | T) = \sum_{n=1}^N P(D_s \geq D_{s_i} | T_n) P(T_n) \quad (16)$$

$$T = T_1 \cup T_2 \cup \dots \cup T_{n-1} \cup T_n \quad T_i \cap T_j = \emptyset$$

Donde $P(Ds \geq Ds_i | T)$ es la probabilidad de que se exceda el estado de daño Ds , para un conjunto de edificios T que está formado por n conjuntos de edificios de tipo T_n , que, por simplicidad, se considera que son conjuntos disjuntos; $P(Ds \geq Ds_i | T_n)$ es la probabilidad de excedencia del estado de daño Ds_i para los edificios del tipo T_n ; $P(T_n)$ es la probabilidad de que el edificio sea de la clase T_n . En el caso de que cada clase de edificios sea un único edificio, la curva de fragilidad del conjunto de edificios sería el valor medio de las curvas de fragilidad de los edificios individuales. En la Figura 4.6 se muestran las curvas de fragilidad promedio para los cuatro estados de daño no nulo. En la parte de abajo de esta figura se muestran las cuatro curvas de fragilidad así obtenidas; en trazo discontinuo se muestran las curvas ajustadas mediante funciones lognormales. Los parámetros de estas curvas se muestran en la Tabla 4.4. En esta misma tabla se dan también los parámetros que ajustan las curvas de fragilidad globales de la Figura 4.5 (abajo) obtenidas a partir del teorema de la probabilidad total.

La Figura 4.6 muestra los histogramas de frecuencias, en %, de los parámetros μ y β de las funciones lognormales correspondientes a todas las curvas de fragilidad de la Figura 4.5. En la Tabla 4.4 se dan los valores medios de estos dos parámetros para las curvas de fragilidad correspondientes a los 4 estados de daño no-nulo. En esta misma tabla se dan también los parámetros que ajustan las curvas de fragilidad globales de la Figura 4.5 (abajo) obtenidas a partir del teorema de la probabilidad total.

Se observa cómo los valores medios del parámetro μ de las curvas se corresponden razonablemente bien con los del valor ajustado para las curvas globales. Este comportamiento no se mantiene para el parámetro β de forma que los parámetros de las curvas de fragilidad globales no se pueden obtener a partir de las combinaciones de los parámetros de las curvas individuales.

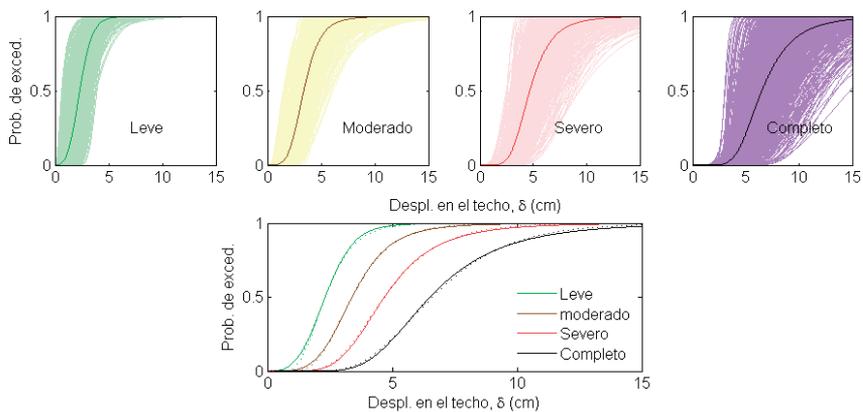


Figura 4.5: Curvas de fragilidad para los 4 estados de daño no-nulo para todos los edificios anclizados (arriba). Curvas de fragilidad medias obtenidas de acuerdo al teorema de la probabilidad total. Estas curvas se muestran arriba, superpuestas con las curvas individuales y, abajo, segregadas.

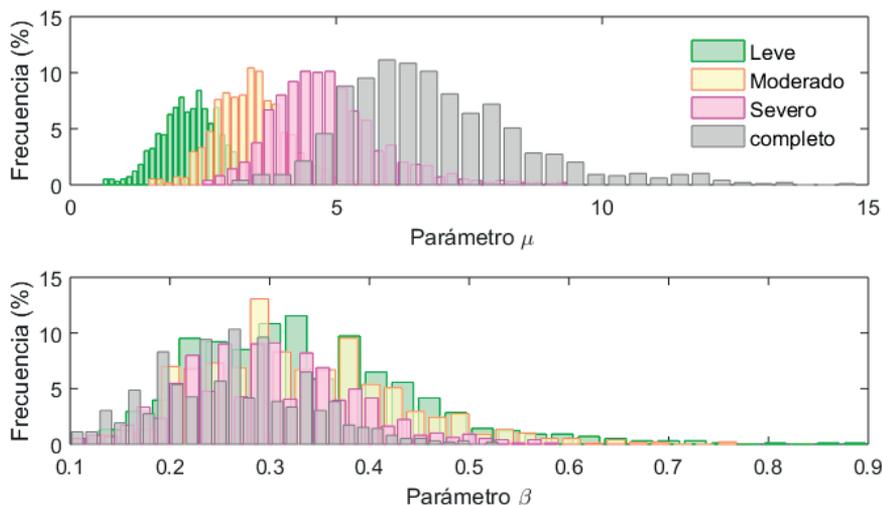


Figura 4.6: Histogramas de los valores de los parámetro de las curvas de fragilidad de la figura anterior.

Este apartado y esta conclusión son importantes pues establecen cómo obtener curvas de fragilidad globales para una población con diversas tipologías de edificios y, además, pone de manifiesto que los parámetros que definen las curvas de fragilidad globales no pueden obtenerse directamente a partir de los de las curvas de fragilidad individuales.

Tabla 4.4: Parámetros μ y β de las funciones lognormales ajustadas a las curvas de fragilidad de la Figura 4.5.

		Leve	Moderado	Severo	Completo
Parámetro μ	Valor ajustado	2.30	3.38	4.68	6.60
	Valor medio	2.28	3.41	4.83	6.85
Parámetro β	Valor ajustado	0.39	0.37	0.37	0.36
	Valor medio	0.26	0.30	0.33	0.36

4.4.3 Otras formas de considerar el daño

El desarrollo de la curva de fragilidad para un estado de daño dado, suele efectuarse a partir del umbral del estado de daño, entendido como aquel en el que la probabilidad de excedencia del estado de daño es del 50% y de hipótesis simplificadas sobre la distribución del daño. En la propuesta Risk-UE se supone que el daño se distribuye de forma binomial. Una forma alternativa de considerar el daño esperado es focalizando directamente en un índice de daño determinado. Como ejemplo, se considera el I_{BPA} (Pujades et al., 2015). Si se considera un valor específico del índice de daño se puede hallar la probabilidad de que este índice se iguale o exceda. Este ejercicio se ha realizado para valores del I_{BPA} de 0.05, 0.20, 0.40, y 0.65, que también fueron escogidos como umbrales de los estados de daño *Leve*, *Moderado*, *Severo*, y *Completo*, respectivamente. La Figura 4.7 muestra los resultados obtenidos. Las curvas con marcadores corresponden a las probabilidades de que se excedan los valores del I_{BPA} predefinidos; las curvas de trazo continuo corresponden a ajustes mediante una función lognormal acumulativa de parámetros μ y β ; las

curvas con trazo discontinuo corresponden a curvas de fragilidad que tuvieran como umbrales de los estados de daño los desplazamientos de las curvas anteriores con una probabilidad de excedencia del 50%. En la Tabla 4.5 se muestran los parámetros de estos ajustes. Obsérvese, en la Figura 4.7, una similitud entre las curvas de fragilidad y las curvas de excedencia del I_{BPA} . El tema es sutil y no es trivial, pudiendo llevar a confusión y malinterpretaciones de estos resultados, ya que existen diferencias conceptuales importantes entre estos dos tipos de curvas; las primeras definen la probabilidad de que se iguale o exceda un determinado valor del índice de daño; las segundas definen la probabilidad de que se iguale o exceda un determinado estado de daño y han sido obtenidas a partir de unos umbrales de los estados de daño y la hipótesis de que el daño se distribuye de forma binomial. De acuerdo con esta figura, para desplazamientos por debajo de la probabilidad de excedencia del 50%, la probabilidad de que se iguale o exceda el valor del I_{BPA} es menor que la probabilidad de excedencia del estado de daño correspondiente, mientras que por encima de la probabilidad de excedencia del 50%, la probabilidad de que se exceda el I_{BPA} es mayor que la curva de fragilidad correspondiente. Es decir, por ejemplo, para el caso de un I_{BPA} de 0.40, para un desplazamiento de 4.77 cm, la curva de fragilidad del estado de daño *Severo* y la curva de la probabilidad de que el I_{BPA} sea mayor o igual que 0.40 valen 0.5 (50%); por debajo de este desplazamiento, edificios con menores valores del I_{BPA} presentan el estado de daño *Severo*, mientras que, por encima, edificios con mayores I_{BPA} presentan un estado de daño inferior. Es decir, no existe una correspondencia directa y unívoca entre los valores del I_{BPA} y los estados de daño. Valores del I_{BPA} por debajo de un umbral de un estado de daño pueden presentar estados de daño mayores y valores por encima del umbral pueden presentar estados de daño inferiores.

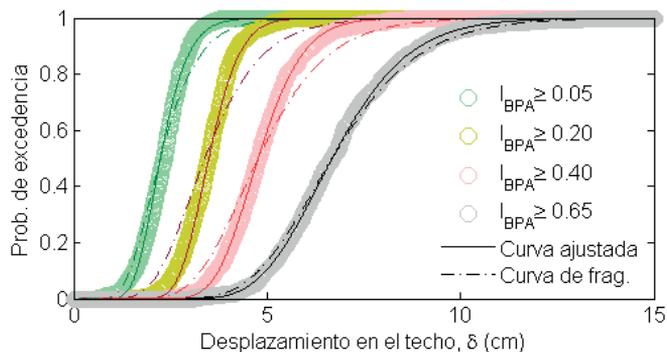


Figura 4.7: Comparación entre las curvas de fragilidad (trazo discontinuo) y las curvas de probabilidad de excedencia de un determinado valor del índice de daño de Park y Ang (marcadores círculos), en función de l desplazamiento en el techo. La línea de trazo continuo ajustan las curvas definidas mediante marcadores. (véase también explicación en el texto y Tabla 4.5)

5. Resumen y conclusiones

En este trabajo se ha presentado un estudio exhaustivo de un tipo de edificios de hormigón armado con entre 3 y 5 pisos; se trata de una tipología estructural relativamente baja y simétrica. Hay que tener en cuenta que en edificios altos y/o con asimetrías e irregularidades (Poursha et al., 2009; Bento et al., 2010; Reyes y Chopra, 2010, 2011; Bhatt y Bento, 2011

y Fujii, 2011), deben tenerse en cuenta los modos superiores de vibración. El estudio se ha efectuado desde las ópticas determinista, edificio de 4 niveles, y probabilista, edificios de entre 3 y 5 pisos. El análisis determinista se ha aprovechado para mostrar, de forma didáctica, los principales aspectos metodológicos involucrados en el análisis estructural estático no lineal.

Tabla 4.5: Parámetros μ y β de las funciones lognormales ajustadas a las curvas de excedencia del I_{BPA} y de las curvas de fragilidad de la Figura 4.7.

	Curvas de excedencia del I_{BPA}			
	$I_{BPA} \geq 0.05$	$I_{BPA} \geq 0.20$	$I_{BPA} \geq 0.40$	$I_{BPA} \geq 0.65$
Parámetro μ	2.24	3.49	4.77	6.68
Parámetro β	0.25	0.18	0.19	0.23
	Curvas de fragilidad			
	Leve	Moderado	Severo	Completo
Parámetro μ	2.24	3.39	4.77	6.68
Parámetro β	0.34	0.33	0.29	0.26

También se ha introducido y aplicado un modelo paramétrico para las curvas y espectros de capacidad, así como nuevos índices de daño basados en la función, KT_N , de degradación de la rigidez tangente (Vargas-Alzate, 2013; Barbat et al., 2016) y en la combinación de las funciones de la rigidez secante y disipación de energía para construir un índice basado en el índice de Park y Ang (I_{BPA}), y que fue propuesto y calibrado por Pujades et al. (2015). De esta forma, se han obtenido curvas de fragilidad deterministas usando el método propuesto en Risk-UE, el método basado en la función KT_N y el basado en el índice de daño de Park y Ang. De este análisis se ha concluido que, aunque los tres métodos proporcionan resultados comparables, el método Risk-UE y el basado en la rigidez tangente tienden a sobreestimar los estados de daño *Leve* y *Moderado* y a subestimar los estados de daño *Severo* y *Completo*. De todos modos, los tres métodos muestran una seria dependencia del punto de capacidad última de los edificios, siendo ésta una desventaja del análisis estático no lineal, si bien otros métodos basados en análisis no lineal dinámico incremental, tampoco resuelven este tema.

Una vez analizado el problema desde una óptica determinista, éste se ha abordado de forma probabilista. Importantes propiedades geométricas y resistentes del edificio se han modelizado mediante distribuciones estadísticas adecuadas. Estas distribuciones se han decidido a partir de información existente en la literatura y/o a partir de opinión experta. Es importante tener presente que en estudios de casos prácticos reales, estas funciones de distribución, se deben calibrar y modelar cuidadosamente para, además de representar adecuadamente el parque de edificios considerado y las incertidumbres existentes, evitar exagerar estas incertidumbres produciendo una excesiva dispersión en los resultados obtenidos. Por otra parte, aunque la construcción probabilista del I_{BPA} tiene en cuenta la variabilidad de las acciones sísmicas, este artículo hace referencia al edificio. El estudio de detalle de la convolución entre la peligrosidad y la vulnerabilidad, aunque de interés relevante, va más allá del propósito de este trabajo.

Para el enfoque probabilista, los métodos y técnicas descritos y aplicados en el enfoque determinista, se han aplicado a una muestra de 1000 edificios cuyas propiedades geométricas y resistentes se han obtenido mediante técnicas de muestreo basadas en el método de Monte Carlo, usando las funciones de distribución de las propiedades geométricas y resistentes de los edificios.

La aplicación del modelo paramétrico ha permitido detectar una muy fuerte correlación entre el desplazamiento último δu y el parámetro μ que interviene en el modelado de la curva de capacidad no lineal normalizada. También se ha detectado una correlación entre los parámetros que definen la forma bilineal de la curva de capacidad, δy , δu , F_y y F_u . Por simplicidad, el análisis final de daño se ha restringido al análisis basado en el índice de Park y Ang (I_{BPA}). Con base en el estudio de Pujades et al. (2015), el parámetro para componer las funciones de la degradación de la rigidez secante y de disipación de la energía, se ha considerado también de forma probabilista, de acuerdo a una distribución gaussiana de valor medio 0.70 y desviación típica de 0.04. Esta variabilidad, en cierta manera, tiene en cuenta la variabilidad en las acciones sísmicas que es previsible actúen sobre el edificio. La curva de fragilidad global de la población de edificios se obtiene mediante el teorema de probabilidad total. Estas curvas de fragilidad probabilistas indican que el umbral del estado de daño completo corresponde a un desplazamiento en el techo de entre los 6 y 7 cm. Finalmente, se ha abordado una forma alternativa de considerar el daño mediante curvas que indican la probabilidad de que se iguale o exceda un determinado valor del índice de daño. Estas curvas son parecidas a las curvas de fragilidad, pero son conceptualmente distintas. Por debajo del umbral del estado de daño, la curva de fragilidad es mayor, mientras que por encima del umbral la curva de fragilidad queda por debajo, es decir hay edificios que exceden el desplazamiento del umbral y que, sin embargo, el estado de daño no se iguala o excede.

Se considera que el enfoque probabilista tiene una mayor robustez, riqueza y fiabilidad, y debe ser preferido a enfoques deterministas. Esta metodología se puede usar para estimar escenarios probabilistas de riesgo sísmico a escala urbana, de una manera precisa y exhaustiva. Así, en el caso de estudios de riesgo sísmico en grandes ciudades, un conocimiento preciso de las distribuciones y propiedades del parque edificado y la aplicación del enfoque probabilista y el teorema de la probabilidad total, permiten desarrollar curvas de fragilidad simplificadas, representativas del conjunto de edificios de la ciudad.

Las técnicas y métodos aquí presentados pueden extenderse fácilmente a otras tipologías estructurales y pueden usarse para crear extensas bases de datos que permitan cuantificar pérdidas económicas esperadas en grandes ciudades, por causa sísmica. El mayor o menor éxito del uso de estas herramientas, reside en el mayor o menor acierto en la definición de las funciones de distribución de probabilidad correspondientes a cada una de las variables aleatorias involucradas, que será necesario calibrar cuidadosamente y de forma apropiada, en casos reales específicos.

Referencias

- ACI (2017) ACI 369.1-17. ACI standard. Standard Requirements for Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Concrete Buildings (ACI 369.1-17) and Commentary. An ACI Standard by American Concrete Institute. 116 pp
- Angeletti, P., Bellina, A., Guagenti E., Moretti, A., & Petrini, V. 1988. Comparison between vulnerability assessment and damage index, some results, *Proceedings of the 9th World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo- Kyoto, Japan. Vol. 8. pp. 181-186.
- ASCE (2017). ASCE Standard, ASCE/SEI 41-17. Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings. American Society of Civil Engineers (ASCE) and Structural Engineering Institute (SEI). 623 pp.

- ATC (1985). ATC-13. Earthquake damage evaluation data for California. Applied Technology Council, Redwood City, California. USA. 492 pp
- ATC (1996) Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings, ATC-40 Report, Volumes 1 and 2, Applied Technology Council, Redwood City, California.
- Barbat A.H., Pujades L.G., Lantada N., & Moreno R..2008. Seismic damage evaluation in urban areas using the capacity spectrum method: application to Barcelona, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 28(10-11), 851–865.
- Barbat A.H., Vargas Y.F., Pujades L.G. y J.E. Hurtado (2016) Evaluación probabilista del riesgo sísmico de estructuras con base en la degradación de rigidez. *Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing.* 2016;32(1):39–47. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2014.11.001>
- Barbat, A.H., Pujades L.G., Lantada, N., & R. Moreno (2006) Performance of buildings under earthquake in Barcelona, Spain. *Computer-aided civil and infrastructure engineering. Vol. 21* (2006) 573-593). ISSN: 1093-9687. ISI_2004 Impact factor: 0.219.
- Benedetti, D., & V. Petrini (1984). “Sulla vulnerabilità sismica di edifici in muratura i proposte di un metodo di valutazione”. *L'industria delle Costruzioni, Vol. 18*. pp. 66-74. 1984
- Bento R., Bhatt C., & Pinho R. (2010). Using nonlinear static procedures for seismic assessment of the 3D irregular SPEAR building, *Earthquake and structures*, 1(2), 177-195.
- Bhatt C., & Bento R. (2011). Assessing the torsional response of existing RC building using the extended N2 method, *Bulletin of Earthquake Engineering*, doi: 10.1007/s10518-011-9258-8.
- Bommer J.J., & Crowley H. (2006). The influence of ground-motion variability in earthquake loss modelling. *Bulletin of earthquake engineering*. 4:231-248
- Borzi B., Pinho R. & Crowley H. (2008). Simplified Pushover analysis for large-scale assessment of RC buildings. *Engineering Structures*. 30:804-820
- Braga, F., Dolce, M., & Liberatore, D. (1982). A Statistical Study on Damaged Buildings and an Ensuing Review of the MSK-76 Scale, *Proceedings of the Seventh European Conference on Earthquake Engineering*, Athens, Greece, pp. 431-450.
- Braga, F., Dolce, M., & Liberatore, D. (1986) Assessment of the relationships between Macroseismic Intensity, Type of Building and Damage, based on the recent Italy Earthquake Data. *Proc.8th European Conference on Earthquake Engineering*, Lisboa1986: pp. 39–46
- Calvi G.M., Pinho R., Magenes G., Bommer J.J., Restrepo-Vélez L.F., & H. Crowley. (2006) Development of Seismic Vulnerability Assessment Methodologies Over The Past 30 Years. *ISET Journal of Earthquake Technology*, Paper No. 472, *Vol. 43*, No. 3, September 2006, pp. 75-104
- Carr A.J. (2000) *Ruaumoko-Inelastic Dynamic Analysis Program*. Dept. of Civil Engineering. Univ. of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- CEN (2004a). Eurocode 2. Design of concrete structures – Part 1: General–Common rules for building and civil engineering structures, European Committee for Standardization.
- CEN (2004b). Eurocode 8. Design of structures for earthquake resistance. Part 1: General rules, seismic actions and rules for building, European Committee for Standardization.
- Cosenza E and Manfredi G. (2000) Damage indices and damage measures. *Progress in Structural Engineering and Materials*. 2000. Vol 2.: 50–59.
- Crowley H., Bommer J.J., Pinho R., & Bird J.F. (2005). The impact of epistemic uncertainty on an earthquake loss model. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 34(14):1653–1685.
- Chávez, J. (1998) *Evaluación de la vulnerabilidad y el riesgo sísmico a escala regional: Aplicación a Cataluña*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 343 p.
- Díaz-Alvarado S.A. (2017) *Análisis estructural sísmico de edificios de acero: un enfoque probabilista*.

- Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña-UPC BarcelonaTech. 121 pp Accesible en: <https://www.tdx.cat/handle/10803/458528> (Último acceso: 17 de mayo de 2019).
- Díaz-Alvarado S.A., Pujades L.G., Barbat A.H., Hidalgo-Leiva D., & Vargas, Y.F. (2018) Capacity, damage and fragility models for steel buildings. A probabilistic approach. *Bull Earthquake Eng. (2018)* 16:1209-1243. Published online first: 9 October 2017. <https://doi.org/10.1007/s10518-017-0237-0>
- Dolsek, M. (2009) Effects of uncertainties on seismic response parameters of reinforced concrete frame. Safety, reliability and risk of structures, infrastructures and engineering systems. In: *Proceedings of the 10th international conference on structural safety and reliability, ICOSSAR*, 13–17 September 2009, Osaka, Japan. Edited by Hitoshi Furuta, Dan M Frangopol, and Masanobu Shinozuka, CRC Press, pp 653–660
- FEMA (1997) NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA 273. Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- FEMA (2000) Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA 356, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- FEMA (2005, Improvement of Nonlinear Static Seismic Procedures, FEMA 440, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- FEMA (2019) Multi-hazard Loss Estimation Methodology. Earthquake Model. Hazus@-MH 2.1 *Technical Manual. Developed by: Department of Homeland Security Federal Emergency Management Agency Mitigation Division Washington, D.C.* https://www.fema.gov/media-library-data/20130726-1820-25045-6286/hzmh2_1_eq_tm.pdf. (Último acceso: 17 de mayo, 2019).
- Fragiadakis M., & Vamvatsikos D. (2010) Estimation of uncertain parameters using static pushover methods. In: Furuta H, Frangopol DM, Shinozuka M(eds) *Proceedings of the tenth international conference on structural safety and reliability (icossar2009)*, Osaka, Japan, 13–17 September (2009). Safety Reliability and Risk of Structures. Infrastructures and Engineering Systems. Taylor and Francis Group, London, UK, pp 659–660
- Freeman S.A. (1998). Development and use of capacity spectrum method. *Proceedings 6th U.S. National Conference of Earthquake Engineering. EERI, Seattle*.
- Freeman S.A., Nicoletti J.P., & Tyrell J.V. (1975). Evaluations of existing buildings for seismic risk - A case study of Puget Sound Naval Shipyard, Bremerton, Washington. *Proc. 1st U.S. National Conference of Earthquake Engineering. EERI, Berkeley*; 113-122
- Fujii K. (2011). Nonlinear static procedure for multi-story asymmetric building considering bi-directional excitation, *Journal of Earthquake Engineering*, 15(2), 245-273.
- Giovinazzi S. (2005). The vulnerability assessment and the damage scenario in seismic risk analysis. PhD Thesis of the doctoral course “Risk Management on the built environment” jointly organized by University of Florence (I) and TU-Braunschweig (D).
- Grünthal G. (1998). European Macroseismic Scale 1998. EMS-98. Conseil de L’Europe. *Cahiers du centre Européen de Géodynamique et de Séismologie. Vol. 15*.
- Hidalgo-Leiva D. (2017) *Análisis estructural probabilista orientado a evaluación del daño sísmico con aplicaciones a tipologías constructivas empleadas en Costa Rica*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña UPC. 228 pp.(Accesible en: <https://www.tdx.cat/handle/10803/405589>. (Último acceso: 17 de mayo de 2019).
- Hidalgo-Leiva D.A., Pujades L.G, Díaz-Alvarado SA, Vargas-Alzate YF, & Schmidt-Díaz V (2018). Nonlinear behaviour of reinforced concrete masonry structures. *Revista internacional de*

- ingeniería de estructuras. Vol 23, 1, 29-45 (2018)*. <http://riie.espe.edu.ec/volumen-23-1-ano-2018/> (Último acceso: 17 de mayo de 2019).
- Irizarry, J., Lantada, N., Pujades L. G., Barbat, A. H., Goula, X., Susagna, T., & Roca A. (2011). Ground-shaking scenarios and urban risk evaluation of Barcelona using the Risk-UE capacity spectrum-based method. *Bull Earthquake Eng. (2011)* 9(2):441-446 (Online first. 12 November 2010). DOI: 10.1007/s10518-010-9222-6
- JBDPA (2005). Standard for Seismic Evaluation of Existing Reinforced Concrete Buildings. (English version 2005, 1st edition 2001). Guidelines for Seismic Retrofit of Existing Reinforced Concrete Buildings, 2001 and Technical Manual for Seismic Evaluation and Seismic Retrofit of Existing Reinforced Concrete Buildings, 2001 Japan Building Disaster Prevention Association. Tokyo, Japan. Copyright 2005. 320 pp
- Kabeyasawa T. (2005) Seismic evaluation and economical strengthening of reinforced concrete buildings. *Asian journal of civil engineering (building and housing) vol. 6, no. 6 (2005)*. Pages 457-476.
- Kalos M. and Whitlock P.A. (1986) *Monte Carlo Methods*. John Wiley and Sons.
- Kay S.M., (2006) *Intuitive Probability and Random Processes using MATLAB*. Springer. 833 pp.
- Lagomarsino S., & Giovinazzi, S. (2006) Macro seismic and mechanical models for the vulnerability and damage assessment of current buildings. *Bull Earthquake Eng (2006)* 4:415-443 DOI 10.1007/s10518-006-9024-z
- Lantada N. (2007). *Evaluación del Riesgo Sísmico Mediante Métodos Avanzados y Técnicas GIS. Aplicación a La Ciudad De Barcelona*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona. 350 pp. Accesible en: <https://www.tdx.cat/handle/10803/6259>. (Último acceso: 17 de mayo de 2019)
- Lantada N., Pujades L.G., & Barbat A.H. (2009). Vulnerability index and capacity spectrum-based methods for urban seismic RISK evaluation. A comparison, *Natural Hazards*, 51 (3), 501-524.
- Lantada, N., Irizarry, J., Barbat, A. H., Goula, X., Roca, A., Susagna, T., & Pujades, L. G. (2010). Seismic Hazard and risk scenarios for Barcelona, Spain, using the Risk-UE vulnerability index method. *Bull Earthquake Eng. Vol 8 Núm 2*, 201-229.
- Mendenhall W., & Sincich T. (2007). *Statistics for engineering and the sciences*. Fifth edition. Pearson Prentice Hall. 1060 pp.
- Mouroux P., Bertrand E., Bour M., Le Brun B., Depinois S., Masure P., & the Risk-UE team (2004). The European Risk-UE Project: An Advanced Approach to Earthquake Risk Scenarios. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, B.C., Canada. August 1-6, 2004. Paper No. 3329. 14 pp.
- Nakano Y., Maeda M., Kuramoto H., & Murakami M. (2004) guideline for post-earthquake damage evaluation and rehabilitation of RC buildings in japan. *13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, B.C., Canada. August 1-6, 2004 Paper No. 124, 14 pp.
- Papoulis A. (1991) *Probability, random variables, and stochastic processes*. Third edition. McGraw-Hill, Inc. 666 pp.
- Park Y-J (1985) *Seismic Damage Analysis and Damage-Limiting Design for R/c Structures (Earthquake, Building, Reliability, Design)*. 179 pp. Thesis (Ph.D.) - University of Illinois at Urbana-Champaign, 1985. <http://hdl.handle.net/2142/69946>
- Park Y-J., Ang A. H-S., & Wen Y.K. (1984) Seismic damage analysis and damage-limiting design of RC Buildings. Technical Report for research. *Civil engineering studies Structural research series. N.O. 516*. University of Illinois at Urbana-Champaign. Urbana, Illinois, 182 pp. <https://>

- www.ideals.illinois.edu/bitstream/handle/2142/14124/SRS-516.pdf. (Último acceso: 17 de mayo de 2019).
- Park Y.-J., & A.H.-S. Ang (1985). Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering ASCE*. 111(4):722-757.
- Park Y.-J., Ang A.H.-S., & Kwei-Wen Y. (1985). Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings. *Journal of Structural Engineering ASCE*. 111(4):740-757
- Poursha M., Khoshnoudian F., & Moghadam A.S. (2009). A consecutive modal pushover procedure for estimating the seismic demands of tall buildings, *Engineering Structures*, 31 (2), 591-599.
- Pujades L.G., Barbat A.H., González-Drigo R., Ávila J., & Lagomarsino S. (2012). Seismic performance of a block of buildings representative of the typical construction in the Eixample district in Barcelona (Spain), *Bulletin of Earthquake Engineering*, 10(1), 331-349.
- Pujades, L.G., Vargas, Y.F., Barbat, A.H., & González-Drigo, J.R. (2015). Parametric model for capacity curves. *Bulletin of earthquake engineering*. 13(5), 1347-1376.
- Reyes J.C., & Chopra A.K. (2010). Three-dimensional modal pushover analysis of building subjected to two components of ground motions, including its evaluation for tall buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, doi: 10/1002/eqe.1060.
- Reyes J.C., & Chopra A.K. (2011). Evaluation of three-dimensional modal pushover analysis for unsymmetric-plan buildings subjected to two components of ground motion, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 2011, doi: 10/1002/eqe.1100.
- Roca A, Goula X, Susagna T, Chavez J, Gonzalez M., & E. Reinoso (2006) A Simplified Method for Vulnerability Assessment of Dwelling Buildings and Estimation of Damage Scenarios in Catalonia, Spain. *Bulletin of Earthquake Engineering (2006) 4*:141-158. DOI 10.1007/s10518-006-9003-4
- Satyarno I. (1999) *Pushover analysis for the seismic assessment of reinforced concrete buildings*. Doctoral Thesis, Department of civil engineering, University of Canterbury.
- Sóbol I.M. (1976) *Monte Carlo method*. Mir, Moscú.
- Vamvatsikos D., & Dolsek M. (2011). Equivalent constant rates for performance-based seismic assessment of ageing structures. *Structural safety*. 33(1):8-18
- Vamvatsikos D., & Fragiadakis M. (2010). Incremental dynamic analysis for estimating seismic performance sensitivity and uncertainty. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 39:141-163.
- Vargas-Alzate Y.F. (2013) *Análisis estructural estático y dinámico probabilista de edificios de hormigón armado. Aspectos metodológicos y aplicaciones a la evaluación del daño*. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña. UPC - BarcelonaTech. Barcelona. 299 pp. Accesible en: <https://www.tdx.cat/handle/10803/123770> (Último acceso 2 de marzo de 2019).
- Vargas-Alzate Y.F., Pujades L.G., Barbat A.H., & Hurtado J.E. (2013a) Capacity, fragility and damage in reinforced concrete buildings: a probabilistic approach. *Bull Earthquake Eng (2013) 11*:2007-2032. DOI 10.1007/s10518-013-9468-x. 2.
- Vargas-Alzate Y.F., Barbat A.H., Pujades L.G., & Hurtado J.E. (2013b) Probabilistic seismic risk evaluation of RC buildings. Proceedings of the ICE - *Structures and Buildings*; Available online: 10 September 2013. DOI: 10.1680/stbu.12.00031.
- Vargas-Alzate Y.F., Pujades L.G., & Barbat A.H. (2015) Probabilistic Seismic Damage Assessment of RC Buildings Based on nonlinear Dynamic analysis. *The Open Civil Engineering Journal*, 2015, 9, (Suppl. 1, M 12) 344-350. Electronic publication date 28/5/2015 [DOI: 10.2174/1874149501509010344].

Vargas-Alzate, Y. F., Pujades L.G. , Barbat A. H., Hurtado J. E., Diaz- Alvarado S. A., & Hidalgo-Leiva D. A. (2017). Probabilistic seismic damage assessment of reinforced concrete buildings considering directionality effects. *Struct. Infrastruct. Eng.* 14 (6): 817–829. <https://doi.org/10.1080/15732479.2017.1385089>.

Recibido: febrero de 2019

Aceptado: septiembre de 2019